

RAFAEL PIRES MACHADO

**MEDIDAS DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO EM CONDUTORES
DE COBRE – PROPOSTA DE UM NOVO MODELO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Área de concentração: Engenharia e Ciência dos Materiais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia – PIPE. Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho

CURITIBA

2007

RAFAEL PIRES MACHADO

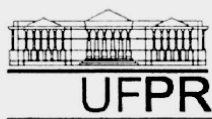
**MEDIDAS DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO EM CONDUTORES
DE COBRE – PROPOSTA DE UM NOVO MODELO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Área de concentração: Engenharia e Ciência dos Materiais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia – PIPE. Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho

CURITIBA

2007

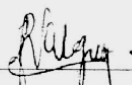


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Setor de Tecnologia

RELATÓRIO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Aos dias do mês de abril de 2007, no auditório do CEHPAR no Centro Politécnico UFPR, foi instalada pelo Prof. Dr. Fernando Wypych, coordenador do PIPE – Programa de Pós-Graduação em Engenharia, a Banca Examinadora para a centésima vigésima segunda defesa de dissertação de mestrado na área de concentração: Engenharia e Ciência de Materiais. Estiveram presentes no ato, além do coordenador do Curso de Pós-Graduação, professores, alunos e visitantes. A Banca Examinadora, atendendo a determinação do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia, foi constituída pelos professores doutores Joseane Valente Gulmine (Faculdades Radial), Marlus Koehler (UFPR) e Vitoldo Swinka Filho (LACTEC). Às 09:00 horas, a banca iniciou os trabalhos, convidando o candidato **Rafael Pires Machado** a fazer a apresentação da dissertação de mestrado intitulada “**Medidas do Efeito Pelicular em Condutores - Proposta de um Novo Modelo**”. Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Tendo em vista a dissertação e a arguição, a banca decidiu pela Aprovação do candidato, (de acordo com a determinação dos artigos 62 e 63 da resolução 62/03 de 22.07.2003).


Curitiba, 02 de abril de 2007.



Prof. Dra. Joseane Valente Gulmine



Prof. Dr. Marlus Koehler



Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho

Aos meus pais, Dalvi e Mariza, e à minha noiva
Patrícia pelo apoio, afeto e confiança.

Dedico

AGRADECIMENTOS

É com grande satisfação que desejo exprimir meus agradecimentos a todos que contribuíram para a realização deste trabalho e em especial:

A Deus todo-poderoso.

Ao meu orientador Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho, pelos ensinamentos, conselhos, sugestões, interesse, correções, amizade e, principalmente, pela oportunidade oferecida em trabalhar em uma área muito interessante.

Aos Prof. Dr. Renê Robert, Mestre Walmor Cardoso de Godoi, Mestre Eduardo Massahiko Higashi e Mestre Sergio Luiz Henke, pelas sugestões e incentivo.

A todos os colegas e amigos do Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC), em especial ao Dr. Guilherme Cunha da Silva, Mestre Marilda Munaro, Mestre Fernando Piazza, Dr. Edemir Luiz Kowalski, Mestre Laiz Valgas, Mestre Nilton Ramos Quiorin, Guilherme Jurkevicz Delben, Mestre Andreas Hauer Piercarz, Mestre Bruno Nahuili Bressan, Sebatião Ribeiro Junior e Dr. Kleber Franke Portella.

Aos Prof. Dr. Marlus Koehler, Dra. Joseane Valente Gulmine e Mestre Wilson José da Silva, pelas sugestões e apoio.

Ao Programa de Pós Graduação em Engenharia (PIPE) da Universidade Federal do Paraná.

À Universidade Federal do Paraná.

Ao Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC).

À Companhia Paranaense de Energia (COPEL) pelo apoio financeiro.

A todos que, embora não relacionados aqui, sempre dirigiram palavras de estímulo e consideração.

A maioria das idéias fundamentais da ciência são essencialmente simples e, por regra geral, podem ser expressas em uma linguagem compreensível a todos.

Albert Einstein

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS	XIV
LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS.....	XV
RESUMO.....	XVIII
ABSTRACT.....	XIX
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
1.1 <i>Objetivo</i>	1
1.2 <i>Estado da arte</i>	1
1.3 <i>Apresentação do trabalho</i>	5
CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	6
2.1 <i>O ciclo do cobre e suas ligas</i>	6
2.1.1 Processo de obtenção do cobre metálico	6
2.1.2 Fios e cabos de cobre.....	8
2.2 <i>As Equações de Maxwell</i>	9
2.2.1 Lei de Gauss para carga	10
2.2.2 Análogo para o magnetismo da lei de Gauss	10
2.2.3 Lei de Faraday	11
2.2.4 Lei de Ampère	12
2.3 <i>Definição de resistividade elétrica</i>	12
2.3.1 Definição de resistência elétrica.....	12
2.3.2 A Lei de Ohm.....	13
2.3.3 A teoria de Drude dos metais	13
2.3.4 A regra de Matthiessen	15
2.4 <i>Efeito pelicular</i>	16
2.4.1 Profundidade pelicular	17
2.5 <i>Classificação do efeito pelicular</i>	18
2.6 <i>Indutância de um fio condutor</i>	19

2.7 Modelagem do efeito pelicular	19
2.7.1 Considerações geométricas para um fio condutor	21
2.7.2 Modelagem da impedância	24
2.8 Efeito pelicular clássico	25
2.8.1 Aproximação linear do efeito pelicular clássico	26
2.9 Aproximação da resistência para um fio condutor	27
CAPÍTULO 3: MATERIAIS E MÉTODOS	29
3.1 Amostras utilizadas	29
3.2 Simulação computacional	31
3.2.1 Efeito pelicular clássico	31
3.2.2 Efeito pelicular com resistividade variável	32
3.3 Determinação da reatância indutiva interna	33
3.4 Avaliação de instrumentos para medida de impedância	33
3.5 Analisador de impedância	37
3.6 Método das quatro pontas	40
3.7 Tratamento térmico	40
CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
4.1 Resistência e resistividade elétrica em corrente contínua	41
4.2 Microestrutura das amostras	43
4.3 Verificação da simulação do efeito pelicular clássico	45
4.3.1 Ajuste linear	45
4.3.2 Profundidade pelicular	47
4.4 Estimativa de erro experimental	48
4.5 Espectrometria de impedância	49
4.6 Indutância externa	59
4.7 Efeito pelicular clássico	64
4.8 Efeito pelicular com resistividade variável	76
4.8.1 Variação linear da resistividade	78
4.8.2 Equação de segunda ordem para a resistividade	85

CAPÍTULO 5: CONCLUSÃO.....	91
5.1 <i>Trabalhos futuros</i>	92
REFERÊNCIAS	93

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO PARA O PROCESSO DE OBTENÇÃO DO COBRE METÁLICO [33].	7
FIGURA 2 – PRINCIPAIS SETORES DEMANDANTES DE FIO DE COBRE NO BRASIL [33].	8
FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROCESSO DE CONFORMAÇÃO POR TREFILAÇÃO [31].	9
FIGURA 4 – TRAJETÓRIA DOS ELÉTRONS DE CONDUÇÃO SEGUNDO O MODELO DE DRUDE. OS PONTOS PRETOS ILUSTRAM OS ÍONS IMOVÉIS ASSOCIADOS AOS ELÉTRONS LIVRES [41].	14
FIGURA 5 - ILUSTRAÇÃO QUALITATIVA DO EFEITO PELICULAR TENDO UMA CORRENTE ELÉTRICA FILAMENTAR (\vec{I}) E OS CAMPOS MAGNÉTICO (\vec{H}) E ELÉTRICO (\vec{E}) ASSOCIADOS [1,8].	16
FIGURA 6 - ILUSTRAÇÃO QUALITATIVA DO EFEITO PELICULAR EM UMA SECÇÃO TRANSVERSAL; EM (A) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA CONTÍNUA, ENQUANTO QUE EM (B) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE ELÉTRICA ALTERNADA DE BAIXA FREQUÊNCIA E EM (C) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE ELÉTRICA ALTERNADA DE ALTA FREQUÊNCIA [42].	17
FIGURA 7 – MÓDULO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA EM UM CONDUTOR DE RAIO a [8].	17
FIGURA 8 - ILUSTRAÇÃO DO FIO CONDUTOR DE COMPRIMENTO b E RAIO a [8].	21
FIGURA 9 – FUNÇÕES DE BESSEL DE GRAU ZERO COM ARGUMENTO COMPLEXO; EM (A) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRIMEIRA ESPÉCIE, TANTO A PARTE REAL QUANTO A IMAGINÁRIA, ENQUANTO QUE EM (B) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE SEGUNDA ESPÉCIE, TAMBÉM PARA A PARTE REAL E IMAGINÁRIA [44, 47].	23

FIGURA 10 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA E REATÂNCIA INDUTIVA INTERNA NORMALIZADAS DE UM FIO CONTRA A RAZÃO DO RAIO DO CONDUTOR E DA PROFUNDIDADE PELICULAR [40,42].....	26
FIGURA 11 – ÁREA APARENTE POR ONDE CIRCULA A PARTE REPRESENTATIVA DA CORRENTE ELÉTRICA.....	28
FIGURA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO ANALÍTICO DA EQUAÇÃO (58), DADO PELA LINHA VERMELHA, E DO MÉTODO APROXIMADO DA EQUAÇÃO (67), DADO PELOS PONTOS.....	28
FIGURA 13 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA MONTAGEM EXPERIMENTAL, EM FORMATO DE ESPIRA RETANGULAR.....	30
FIGURA 14 – DIAGRAMA DE BLOCO PARA A SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.	31
FIGURA 15 – DIAGRAMA DE BLOCO PARA A SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR COM RESISTIVIDADE VARIÁVEL.....	32
FIGURA 16 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 21 AWG.	34
FIGURA 17 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 26 AWG.	35
FIGURA 18 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 40 AWG.	36
FIGURA 19 - ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON MODELO SI-1260.....	37
FIGURA 20 - ENTRADAS DISPONÍVEIS DO ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON [51].	38
FIGURA 21 - SINAL SENOIDAL FORNECIDO PELO GERADOR SOBRE A AMOSTRA [51].....	38
FIGURA 22 - DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO GERADOR DE SINAL SENOIDAL [51].	38
FIGURA 23 - RELAÇÃO ENTRE IMPEDÂNCIA E CORRENTE RMS DO GERADOR [51].	39
FIGURA 24 – MÉTODO DE MEDIÇÃO UTILIZADO (QUATRO PONTAS).....	40
FIGURA 25 – MICROGRAFIA DE UM FIO DE COBRE RECOZIDO (ESCALA DE 100 μM).	43
FIGURA 26 – MICROGRAFIA DE UM FIO DE COBRE RECOZIDO (ESCALA DE 40 μM).	43
FIGURA 27 –ESPECTROCOSPIA DA AMOSTRA 15 AWG COM E SEM TRATAMENTO TÉRMICO.	44
FIGURA 28 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA NORMALIZADA SIMULADA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.....	45

FIGURA 29 – REATÂNCIA INDUTIVA INTERNA NORMALIZADA SIMULADA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.	45
FIGURA 30 – PROFUNDIDADE PELICULAR EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.	47
FIGURA 31 – EFEITO RESISTIVO NO FIO 40 AWG, VARIANDO O COMPRIMENTO.	48
FIGURA 32 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 14 AWG.	49
FIGURA 33 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 15 AWG.	50
FIGURA 34 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 17 AWG.	51
FIGURA 35 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 19 AWG.	52
FIGURA 36 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 20 AWG.	53
FIGURA 37 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 21 AWG.	54
FIGURA 38 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 24 AWG.	55
FIGURA 39 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 26 AWG.	56
FIGURA 40 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 27 AWG.	57
FIGURA 41 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 40 AWG.	58
FIGURA 42 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 14 AWG.	59
FIGURA 43 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 15 AWG.	60
FIGURA 44 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 17 AWG.	60
FIGURA 45 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 19 AWG.	61

FIGURA 46 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 20 AWG.....	61
FIGURA 47 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 21 AWG.....	62
FIGURA 48 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 24 AWG.....	62
FIGURA 49 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 26 AWG.....	63
FIGURA 50 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 27 AWG.....	63
FIGURA 51 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 40 AWG.....	64
FIGURA 52 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 14 AWG.....	65
FIGURA 53 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 15 AWG.....	66
FIGURA 54 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 17 AWG.....	67
FIGURA 55 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 19 AWG.....	68
FIGURA 56 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 20 AWG.....	69
FIGURA 57 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 21 AWG.....	70
FIGURA 58 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 24 AWG.....	71
FIGURA 59 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 26 AWG.....	72
FIGURA 60 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 27 AWG.....	73
FIGURA 61 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 40 AWG.....	74
FIGURA 62 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL DA AMOSTRA 14 AWG.....	77

FIGURA 63 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 14 AWG.....	79
FIGURA 64 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 15 AWG.....	79
FIGURA 65 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 17 AWG.....	80
FIGURA 66 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 19 AWG.....	80
FIGURA 67 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 20 AWG.....	81
FIGURA 68 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 21 AWG.....	81
FIGURA 69 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 24 AWG.....	82
FIGURA 70 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 26 AWG.....	82
FIGURA 71 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 27 AWG.....	83
FIGURA 72 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL E AJUSTE LINEAR (EQUAÇÃO (70)) DA AMOSTRA 14 AWG.....	84
FIGURA 73 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 14 AWG.....	85
FIGURA 74 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 15 AWG.....	86
FIGURA 75 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 17 AWG.....	86
FIGURA 76 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 19 AWG.....	87

FIGURA 77 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 20 AWG.....	87
FIGURA 78 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 21 AWG.....	88
FIGURA 79 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 24 AWG.....	88
FIGURA 80 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 26 AWG.....	89
FIGURA 81 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 27 AWG.....	89
FIGURA 82 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL E AJUSTE DE 2º ORDEM (EQUAÇÃO (74)) DA AMOSTRA 14 AWG	90

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DIAMÊTRO DAS AMOSTRAS E RESPECTIVA NOMENCLATURA AWG.....	29
TABELA 2 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS UTILIZADAS.	30
TABELA 3 – INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DE IMPEDÂNCIA.	33
TABELA 4 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA EM CORRENTE CONTÍNUA PARA AS AMOSTRAS UTILIZADAS.....	41
TABELA 5 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA EM CORRENTE CONTÍNUA DAS AMOSTRAS UTILIZADAS.....	42
TABELA 6 – AJUSTES LINEARES DA SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.....	46
TABELA 7 – DESVIO ENTRE OS VALORES MEDIDOS E A SIMULAÇÃO NA FREQUÊNCIA DE 1 MHZ.....	75

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

a	- raio da secção transversal do condutor.
A	- área da secção transversal por onde flui a corrente elétrica.
AWG	- padrão usado para nomenclatura de fios (<i>American wire gauge</i>).
b	- comprimento total do condutor.
\vec{B}	- densidade de fluxo magnético.
BNDES	- Banco Nacional do Desenvolvimento Social.
C_1, C_2	- constantes de integração.
CFC	- estrutura cristalina cúbica de face centrada.
Cu	- símbolo químico do cobre (<i>cuprum</i>).
\vec{D}	- deslocamento elétrico.
e	- carga elétrica elementar.
\vec{E}	- campo elétrico.
E_0	- campo elétrico superficial.
f	- frequência da corrente elétrica aplicada.
G_s	- ganho do equipamento <i>Solartron</i> ®.
\vec{H}	- intensidade do campo magnético.
i	- número imaginário (coordenada complexa).
\vec{I}	- corrente elétrica.
\vec{J}	- densidade de corrente elétrica.
J_z	- componente da densidade de corrente elétrica na direção da coordenada z .
J_0^B	- função de Bessel de grau 0 e 1ª espécie.
J_1^B	- função de Bessel de grau 1 e 1ª espécie.
\hat{k}	- versor da coordenada z .
ℓ	- livre caminho médio.

L	- indutância total de um fio.
L_{ext}	- indutância externa de um fio.
L_{int}	- indutância interna de um fio.
m	- massa do elétron.
n	- densidade volumétrica dos portadores de carga.
r	- coordenada radial.
R	- resistência elétrica.
R_0	- resistência elétrica em corrente contínua por unidade de comprimento.
\bar{S}	- superfície que contém toda a densidade de carga (Gaussiana).
SO_2	- dióxido de enxofre (gás sulfuroso).
T	- parâmetro da equação diferencial de Bessel.
t	- coordenada de tempo.
\vec{v}	- velocidade de um elétron livre.
\vec{v}_0	- velocidade de um elétron livre antes da aplicação de um campo elétrico.
v_d	- velocidade de arraste ou deriva.
V	- volume fechado pela superfície \bar{S} .
V_1	- tensão medida no instrumento <i>Solartron</i> [®] .
V_{HI}, V_{LO}	- tomadas de tensão.
X_L	- reatância indutiva interna.
Y_0^B	- função de Bessel de grau 0 e 2ª espécie.
Z	- impedância por unidade de comprimento.
δ	- profundidade pelicular.
ε	- permissividade elétrica do material.
ε_0	- permissividade elétrica do vácuo.
μ	- permeabilidade magnética do material.

μ_0	- permeabilidade magnética do vácuo.
π	- razão do diâmetro pelo comprimento de uma circunferência.
ρ	- resistividade elétrica.
ρ_0	- resistividade elétrica em corrente contínua.
ρ_D	- contribuição da estrutura mecânica da resistividade elétrica.
ρ_i	- contribuição da composição química da resistividade elétrica.
ρ_q	- densidade volumétrica de carga.
ρ_T	- contribuição térmica da resistividade elétrica.
σ	- condutividade elétrica.
$\vec{\Phi}$	- diferença de potencial elétrico entre dois pontos.
τ	- tempo de relaxação.
ω	- frequência angular da corrente elétrica aplicada.
$\vec{\nabla} \cdot \vec{g}$	operador divergente de um vetor \vec{g} .
$\vec{\nabla} \times \vec{g}$	- operador rotacional de um vetor \vec{g} .
$\vec{\nabla}^2 \vec{g}$	- operador laplaciano de um vetor \vec{g} .

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados de medidas de espectrometria de impedância para fios de cobre com diâmetros comerciais, em função da frequência da corrente elétrica na faixa de 10 kHz a 1 MHz. Os resultados experimentais apresentaram divergência em relação a teoria clássica do efeito pelicular. Uma proposta para justificar esta divergência é apresentada e tem por base a hipótese de que resistividade elétrica é uma função da coordenada radial do condutor. Esta hipótese é fundamentada no fato de que em determinadas frequências a profundidade pelicular é da ordem do tamanho de grão do material. A provável forma da função resistividade elétrica foi verificada e duas modelagens para esta função foram avaliadas e comparadas com os resultados experimentais.

ABSTRACT

In this work are showed results of impedance spectrometry measures for commercial diameter of copper wires, at frequency function of the electric current, on the range of 10 kHz to 1 MHz. The experimental results shows a divergence regarding theory of the classical skin effect. A propose to justify this divergence is presented and based on electrical resistivity is a function of the radial coordinate in interior of the conductor. This proposed is based on fact of the skin depth in determinate frequencies is in order of the grain size of the material. The probable forms of electrical resistivity function are examined and two models for this function are tested and compared with the experimental results.

Capítulo 1: Introdução

1.1 Objetivo

Embora a formulação clássica do efeito pelicular seja muito difundida e utilizada como estimativa de perda elétrica, a medida experimental deste fenômeno não é comum. Este trabalho visa medir a impedância elétrica em fios de cobre considerando o efeito pelicular, na faixa de frequência de 10 kHz até 1 MHz. Os desvios experimentais, a comparação com a formulação do efeito pelicular clássico e uma proposta de modelagem considerando a estrutura microgranular do material, são considerados.

1.2 Estado da arte

Quando uma corrente elétrica alternada flui por um condutor, a densidade de corrente elétrica será distribuída de forma não-uniforme ao longo da seção transversal, sendo que a maior densidade de corrente elétrica é localizada na superfície do condutor. Este fenômeno é denominado efeito pelicular, ou ainda, de maneira amplamente divulgada no meio técnico-científico e derivada da língua inglesa, como efeito *skin* (que significa pele).

O efeito pelicular têm como características o aumento na resistência elétrica efetiva e a redução na indutância interna. Tais propriedades elétricas são funções da frequência na qual a corrente elétrica flui no condutor, da condutividade elétrica do meio e de suas características geométricas [1].

No caso de linhas de transmissão, o efeito pelicular é um dos parâmetros que limita e pré-determina o quadro de operação da rede elétrica [2]. Este efeito é gerado pelo conteúdo harmônico produzido pelos aparelhos elétricos e eletrônicos

(residenciais e industriais). Esses aparelhos produzem um aumento da corrente elétrica e da resistência elétrica, causando perdas atribuídas ao efeito pelicular.

Em outros casos o efeito pelicular é útil, como ocorre em frequências de microondas, tornando possível o transporte e a armazenagem de energia eletromagnética em guias de onda e cavidades ressonantes sem perda por radiação [3].

O efeito pelicular possui relevâncias na modelagem de componentes eletrônicos e trilhas condutoras de placas de circuito impresso que serão percorridos por sinais de corrente elétrica de alta frequência [4].

Os primeiros investigadores do efeito pelicular foram James Clerk Maxwell, Oliver Heaviside e Lord Rayleigh [5].

Em 1864, Maxwell estudou a indutância elétrica em um sistema submetido à corrente elétrica alternada em baixa e em alta frequências. Os valores destas indutâncias não eram idênticos, sendo este fato justificado a uma distribuição não-uniforme da corrente elétrica na seção transversal do condutor.

Oliver Heaviside, por volta de 1886, realizou inúmeros experimentos e, abrangendo os resultados obtidos por outros pesquisadores, associou o efeito pelicular com a propagação longitudinal de corrente elétrica em um condutor cilíndrico.

Lord Rayleigh, em 1886, representou a teoria eletrodinâmica de Maxwell por meio de equações diferenciais, desta maneira, criou um tratamento mais refinado para o efeito pelicular.

Em 1889, William Thomson (Lord Kelvin) encontrou a solução para tais equações, considerando hipoteticamente, um condutor cilíndrico e sinal senoidal. Calculou, também, uma tabela para os valores numéricos das funções de Bessel obtidas. Por ser o primeiro a resolver o problema, o efeito pelicular é conhecido, também, como efeito Kelvin [6]. A parte resistiva dessa solução foi confirmada experimentalmente em 1915, por Kennely e Affel [7], quando estes pesquisadores desenvolveram aparatos e métodos para a medição até a frequência de 100 kHz.

Com relação à geometria do condutor, ainda nos dias atuais existem apenas dois casos cuja solução analítica é simples: condutores cilíndricos e condutores em forma de fita, ambos considerando o comprimento infinito do condutor [8]. A investigação analítica considerando a geometria do condutor ainda hoje é estudada, como exemplo, pode-se citar Mingli e Yu [9] que em 2004 calcularam a impedância de condutores cilíndricos maciços e ocos.

Com relação a correntes elétricas não-senoidais, a modelagem do efeito pelicular é realizada com o uso de séries de Fourier para o cálculo do sinal e a solução analítica é similar à proposta por Lord Kelvin [10].

Nos demais casos a única solução possível é obtida por meio de cálculo numérico, os quais podem ser divididos em três grupos [11]:

- grupo 1 – tem como universo de estudo a equação e a solução do problema sob forma diferencial;
- grupo 2 – visa determinar e resolver o problema sob forma de uma equação integral;
- grupo 3 – tem por fundamento a solução da equação de autovalor originada na equação de difusão, ou ainda, mais comumente conhecida, como teoria modal.

A aplicação da técnica utilizada pelo grupo 1 iniciou-se em 1916 quando Press [12] usou séries de Fourier para encontrar uma solução para o caso de condutores com secção transversal retangular, proposto anteriormente por H. W. Edwards [13]. Em 1918, apresentando uma solução numérica, Dwight [14] mostrou um método de expansão da frequência em séries de potências, o qual foi utilizado na solução do efeito pelicular em 1938 por Arnold [15]. Em 1939, Daley [16] desenvolveu um método empírico para encontrar as condições de contorno da equação diferencial, o qual não teve grande aceitação por conta das dificuldades e incertezas experimentais.

O estudo para o grupo 2 teve início em 1922 por Manneback [17], o qual propôs uma equação integral que englobava o efeito pelicular para condutores paralelos. Cockroft [18] em 1929 desenvolveu o método das diferenças finitas, para condutores de secção quadrada, e mediu na faixa de frequência de 50 Hz até 5 MHz. Em 1976, Jakubiuk e Zimny [19] generalizaram esta metodologia para forma de onda qualquer. Konrad [20], em 1981 propôs um algoritmo de lenta convergência, porém considerando fluxos bidimensionais. Em 2003, Berleze e Robert [21] propuseram uma otimização para rápida convergência no processo de cálculo do método da equação integral.

Para o caso específico de trilhas de circuito impresso, em 1991, uma modelagem utilizando o método dos elementos finitos foi proposto por Kiang [22]. Baseados na metodologia do circuito equivalente, proposto inicialmente por Kahl e Weber [23], em 1971, e Kim e Neikirk [24], em 1996, sugeriram um novo modelo circuitual de rápida convergência. Esta modelagem foi utilizada por Coperich, Ruehli e Cangellaris [25] em conjunto com o método das diferenças finitas definindo uma solução chamada de *PEEC (Partial Element Equivalent Circuit)* em 1999. Tal solução é a mais utilizada atualmente, pois apresenta uma rápida convergência e bom ajuste aos pontos experimentais.

Silvester [26], em 1966 desenvolveu o método do grupo 3, o qual inicialmente foi aplicado para condutores de secção transversal retangular. Em 1979, Weeks, Wu, McAllister e Singh [27] realizaram cálculos para a resistência e indutância de condutores retangulares supondo uma linha de transmissão. Neste trabalho, foram realizadas medidas na faixa de frequência de 5 kHz até 500 kHz e foram encontradas divergências entre os resultados experimentais e o método de cálculo.

Estudos para a faixa de frequência de microondas e para materiais supercondutores, foram inicialmente realizados por London e London [3] e Pippard [28], a partir de 1935. Tais estudos foram reunidos por Casimir e Ubbink [29,30], em 1967, mas estes fenômenos não são o foco desta dissertação.

1.3 Apresentação do trabalho

A apresentação dos fundamentos teóricos bem como os tópicos relevantes para a compreensão e modelagem do efeito pelicular estão no Capítulo 2, assim como o estudo do material utilizado e sua importância para o setor elétrico.

No Capítulo 3, faz-se a descrição dos materiais, equipamentos e metodologia utilizados. Neste capítulo, explana-se o método experimental para a medida de resistência elétrica e indutância. Os diagramas esquemáticos das simulações matemáticas realizadas são apresentados neste tópico.

Os resultados experimentais e sua avaliação, considerando o efeito pelicular, estão expostos no Capítulo 4. A comparação com a simulação matemática deste efeito foi realizada, tanto para o efeito pelicular clássico, quanto para a nova abordagem proposta.

Por fim, no Capítulo 5, faz-se a conclusão do trabalho e as sugestões para estudos posteriores.

Nos Apêndices 1 e 2, são apresentadas as simulações para o efeito pelicular clássico e com resistividade variável, ambos os casos realizados no *software Mathematica*[®].

Capítulo 2: Fundamentos teóricos

2.1 O ciclo do cobre e suas ligas

O cobre e suas ligas têm sido utilizados em uma ampla variedade de aplicações, desde a antigüidade. O cobre é um elemento químico de símbolo *Cu* (*Cuprum*), classificado como metal de transição, pertencente ao grupo 11 da Tabela Periódica (número atômico 29), sendo sólido à temperatura ambiente. O cobre é um dos metais mais importantes industrialmente, de coloração avermelhada, dúctil, maleável e bom condutor de eletricidade [31,32].

Apesar de ser um dos metais menos abundantes da crosta terrestre, 0,12% do mais abundante (alumínio), o cobre é de fácil obtenção, embora laboriosa, devido à pobreza do metal nos minerais.

2.1.1 Processo de obtenção do cobre metálico

Os minérios de cobre recebem alguns tratamentos sucessivos para a obtenção do cobre metálico. Em linhas gerais, a cadeia produtiva consiste em um processo semelhante ao apresentado esquematicamente na Figura 1 [33].

O minério de cobre recebe inicialmente uma adequação para seu refino. As rochas desse material são transformadas mecanicamente em particulados, por meio de britagem e moagem, seguindo do processo de flotação para a primeira separação das impurezas leves e concentração dos produtos sulfurados ricos em cobre.

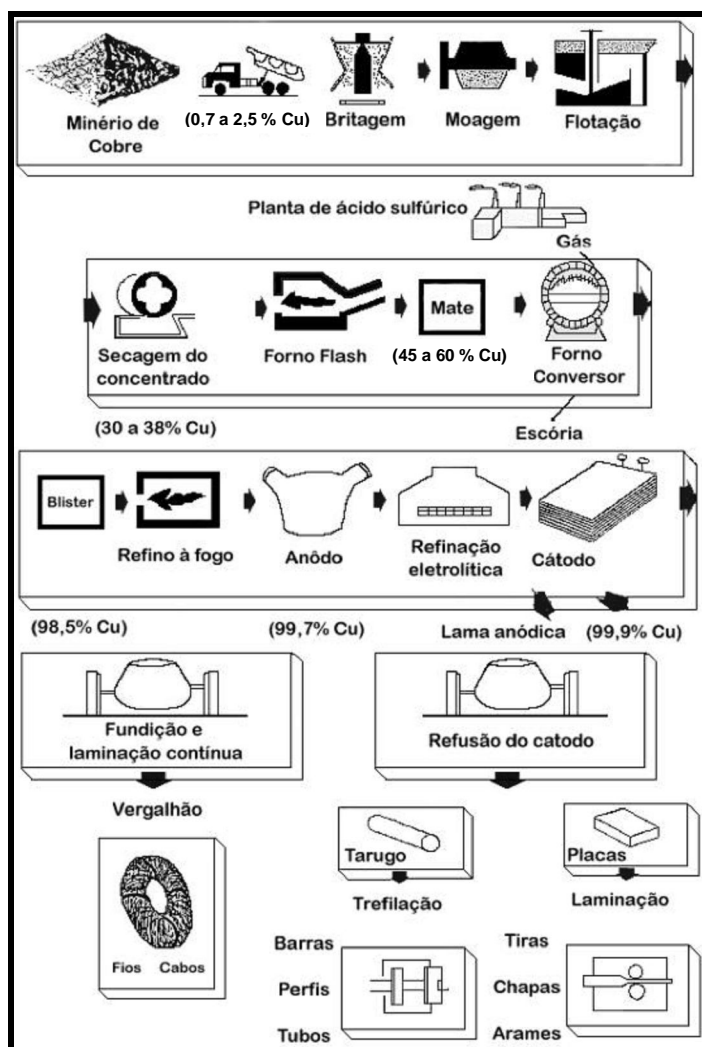


FIGURA 1 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO PARA O PROCESSO DE OBTENÇÃO DO COBRE METÁLICO [33].

Os minérios sulfurados são calcinados e oxidados eliminando os elementos voláteis. Após oxidação são tratados num forno no qual o oxigênio do minério é reduzido. Por um processo complexo (*Mate* e forno conversor), o enxofre e o oxigênio são eliminados, formando escória e um gás sulfuroso, SO_2 , sendo recuperado para a fabricação de ácido sulfúrico. O cobre é, então, extraído sob uma forma chamada massa cúprica com concentração de 30 a 38%.

A massa cúprica obtida apresenta, ainda, uma quantidade elevada de contaminantes químicos, sendo necessário que esta passe por processos de refino para obtenção do cobre metálico, na pureza desejada, para as mais diversas aplicações.

2.1.2 Fios e cabos de cobre

O cobre apresenta largo uso na indústria, sendo mais de 50 % de seu consumo efetuado sob a forma de fios e cabos elétricos [33]. Na Figura 2 é apresentada a distribuição do uso industrial desse material no Brasil.

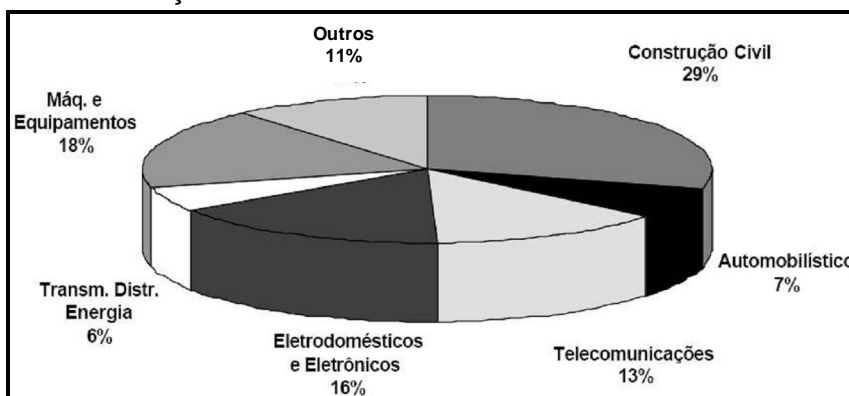


FIGURA 2 – PRINCIPAIS SETORES DEMANDANTES DE FIO DE COBRE NO BRASIL [33].

Uma vez que quase a totalidade dos fios e cabos de cobre são utilizados visando as suas boas características elétricas, a avaliação destas propriedades são fundamentais e estratégicas para o bom uso deste material. O comportamento elétrico é fortemente influenciado pelo tipo de ligação química, arranjo cristalino e microestrutura criada durante a sua conformação [34]. O arranjo cristalino dos fios de cobre utilizados para condução elétrica é cúbico de face centrada (CFC).

A produção de fios de cobre é realizada por meio da técnica de conformação, conhecida como trefilação. Neste processo faz-se uma redução da seção de área transversal pela deformação plástica do material. Neste processo, a matéria-prima é estirada por meio de uma ou várias matrizes cônicas em forma de canal convergente, conhecido como fieira ou trefila, a qual aplica uma força de tração do lado de saída da matriz, conforme mostrada na Figura 3. Para se obter diâmetros cada vez menores, o vergalhão de cobre é passado por diversas fieiras de diâmetros decrescentes até se obter o diâmetro desejado.

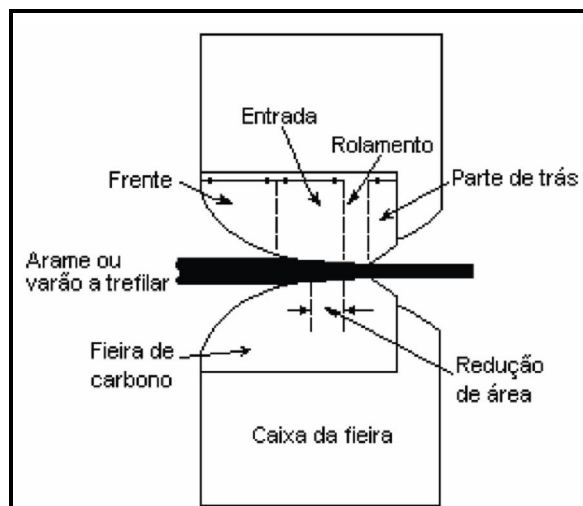


FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROCESSO DE CONFORMAÇÃO POR TREFILAÇÃO [31].

Durante o processo de trefilação, deve-se atentar às propriedades de cada tipo de material, pois o processo depende do metal ou liga a trefilar, do diâmetro final e da dureza pretendida. Por isso, buscando uma melhora na condutividade elétrica, os fios de cobre passam por um processo de recozimento, entre cada fase de trefilação e ao final da conformação.

2.2 As Equações de Maxwell

As Equações de Maxwell descrevem o comportamento do campo eletromagnético e suas interações com a matéria. Deve-se a formulação matemática moderna das equações de Maxwell a Oliver Heaviside e Willard Gibbs, que, em 1884, reformularam o sistema de equações original, que eram num total de 20, utilizando notação de quarteniões, em uma representação mais simples, de 4 equações, utilizando cálculo vetorial [35-40].

2.2.1 Lei de Gauss para carga

A lei de Gauss [37] pode ser expressa na sua forma integral, conforme a Equação (1);

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_q dV, \quad (1)$$

onde \vec{D} é o deslocamento elétrico, \vec{S} é a superfície que contém toda a densidade de carga elétrica ρ_q , chamada de superfície gaussiana, e V é o volume fechado pela superfície \vec{S} .

Analizando a Equação (1), conclui-se que o fluxo elétrico que atravessa qualquer superfície fechada é igual à carga total envolvida por esta superfície [36].

Aplicando o teorema da divergência [35], a lei de Gauss pode ser expressa de maneira diferencial pela Equação (2);

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_q. \quad (2)$$

2.2.2 Análogo para o magnetismo da lei de Gauss

Para o campo magnético é possível se ter uma equação análoga a lei de Gauss para a carga elétrica [38], a qual pode ser expressa na sua forma integral, conforme a Equação (3);

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3)$$

onde \vec{B} é chamado de densidade de fluxo magnético.

A Equação (3) mostra que fluxo magnético em uma superfície fechada é zero. Isto significa que não existe mono pólo magnético [37].

Usando o teorema da divergência [35], a Equação (3) pode ser expressa de forma diferencial pela Equação (4);

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (4)$$

2.2.3 Lei de Faraday

Oersted em 1820 demonstrou que a corrente elétrica desloca a agulha imantada de uma bússola. Com isso foi possível correlacionar efeitos elétricos e magnéticos. Michael Faraday realizou inúmeros experimentos durante um período de 10 anos, com o intuito de mostrar que uma corrente elétrica é induzida por meio de fenômenos de natureza magnética [39]. Estes resultados podem ser expressos matematicamente por meio do cálculo vetorial como mostra a Equação (5);

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

onde \vec{E} é o campo elétrico e t é a coordenada de tempo.

Tal relação significa que um campo magnético variável produz um campo elétrico rotacional em um circuito fechado, o qual gera força eletromotriz que estabelece uma corrente neste circuito. Uma força eletromotriz induzida é tão somente uma tensão induzida que aparece nos condutores que se movem em um campo magnético ou sujeitos a campos magnéticos variáveis [36].

O sinal negativo é uma indicação de que a força eletromotriz induzida está em uma direção tal que produz uma corrente elétrica, cujo fluxo, se adicionado ao fluxo original, reduzirá a intensidade da força eletromotriz. Esta afirmativa de que a tensão induzida age de modo a produzir um fluxo de oposição é chamada de Lei de Lenz [35].

2.2.4 Lei de Ampère

A intensidade de campo magnético (\vec{H}) que envolve o circuito é igual à densidade de corrente elétrica que percorre este circuito. Esta é a chamada lei circuital de Ampère, a qual foi corrigida por Maxwell [38] e, na forma diferencial, é expressa pela Equação (6);

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (6)$$

onde \vec{J} é a densidade de corrente elétrica.

2.3 Definição de resistividade elétrica

2.3.1 Definição de resistência elétrica

Uma das características singulares da maioria dos metais é o fato de serem bons condutores elétricos. Nestes materiais existem elétrons livres que podem se deslocar em um movimento que depende da temperatura e demais condições físicas à que estejam sujeitos [31]. As cargas elétricas, elétrons ou “lacunas” (buracos), deslocam-se sob a forma de uma corrente elétrica quando sob ação de um campo elétrico externo.

A resistência elétrica (R) pode ser entendida como a oposição oferecida por um meio à passagem de corrente elétrica, a qual, no Sistema Internacional de Unidades, é expressa em ohm (Ω). Tal propriedade é definida pela Equação (7);

$$R = \rho \frac{b}{A}, \quad (7)$$

onde ρ é a resistividade elétrica do material ($\Omega.m$), b é o comprimento total do condutor e A é a área da secção transversal por onde flui a corrente elétrica.

A condutividade elétrica (σ) é definida conforme a Equação (8). A unidade da condutividade elétrica é o siemens por metro (S/m);

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (8)$$

2.3.2 A Lei de Ohm

Os experimentos do físico alemão George Simon Ohm (1787-1854) estabeleceram as bases para explicar a circulação de corrente elétrica na maioria dos materiais condutores [38], e é representada pela Equação (9);

$$\overline{\Phi} = R \cdot \vec{I}, \quad (9)$$

onde $\overline{\Phi}$ é a diferença de potencial elétrico entre dois pontos e \vec{I} a corrente elétrica.

Substituindo a Equação (7) na Equação (9), tem-se a Equação (10);

$$\overline{\Phi} = \rho \frac{b}{A} \vec{I} \rightarrow \frac{\overline{\Phi}}{b} = \rho \frac{\vec{I}}{A}. \quad (10)$$

O campo elétrico (\vec{E}) é definido pela Equação (11),

$$\vec{E} = \frac{\overline{\Phi}}{b}, \quad (11)$$

e a densidade de corrente (\vec{J}) pela Equação (12),

$$\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A}. \quad (12)$$

Substituindo a Equação (11) e a Equação (12) na Equação (10), a lei de Ohm [35,39,40] é simplificada na Equação (13);

$$\vec{E} = \rho \vec{J}. \quad (13)$$

2.3.3 A teoria de Drude dos metais

J. J. Thomson descobriu os elétrons em 1897, o que representou um vasto e imediato impacto sobre as teorias da estrutura da matéria. Três anos depois, Drude construiu uma teoria da condução elétrica e térmica, aplicando a bem sucedida teoria cinética dos gases a metais, considerando este material como sendo representado por um “gás de elétrons” [41].

De forma simplista as moléculas de um gás, na teoria cinética, são idênticas a esferas sólidas, as quais se movem em pequenas trajetórias lineares até colidirem com alguma outra molécula. O tempo entre cada colisão é assumido como desprezível e nenhuma força atua entre as partículas, exceto as forças momentâneas entre cada colisão. Contudo, esta modelagem prevê somente um tipo

de partícula presente num gás simples. No metal são necessárias pelo menos duas: uma para expressar os elétrons, que são negativamente carregados, e uma compensação de carga positiva, considerando que os metais são eletricamente neutros. Drude assumiu que esta compensação de carga positiva é atribuída a algumas partículas muito pesadas, as quais são consideradas imóveis.

No modelo de Drude, entretanto, assume-se que, quando os átomos do elemento metálico são colocados juntos para formar um metal, os elétrons de valência ficam separados dos respectivos íons podendo viajar livremente, embora os íons metálicos continuem intactos e constituam as partículas positivas imóveis. Na Figura 4 está representado a trajetória de um elétron segundo este modelo, onde os íons associados aos elétrons livres estão representados por pontos escuros.

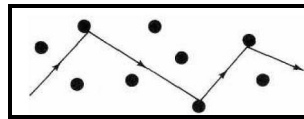


FIGURA 4 – TRAJETÓRIA DOS ELÉTRONS DE CONDUÇÃO SEGUNDO O MODELO DE DRUDE. OS PONTOS PRETOS ILUSTRAM OS ÍONS IMOVÉIS ASSOCIADOS AOS ELÉTRONS LIVRES [41].

Drude aplicou a teoria cinética para um “gás” de elétrons considerando as forças atuantes (\vec{F}) neste sistema, as quais são dadas pela Equação (14);

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}, \quad (14)$$

onde m é a massa do elétron, \vec{v} a velocidade de um elétron livre e e é a carga elétrica elementar.

Resolvendo a Equação (14), tem-se a Equação (15);

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \frac{e}{m} \vec{E} t, \quad (15)$$

onde \vec{v}_0 é a velocidade do elétron livre antes da aplicação do campo elétrico \vec{E} .

A Equação (15) prediz a velocidade individual de cada elétron livre. A média das velocidades de todos os elétrons livres presentes no condutor, conhecida por velocidade de arraste ou deriva (v_d), é encontrada fazendo uma média dos parâmetros da Equação (15), a qual é expressa pela Equação (16);

$$\vec{v}_d = \frac{e\tau}{m} \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \frac{m}{e\tau} \vec{v}_d, \quad (16)$$

onde τ é o tempo médio entre as colisões conhecido como tempo de relaxação.

A densidade de corrente elétrica presente neste sistema é dada pela Equação (17);

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d \rightarrow \vec{v}_d = \frac{\vec{J}}{ne}, \quad (17)$$

onde n é a densidade volumétrica dos portadores de carga.

Substituindo a Equação (17) na Equação (16), têm-se a Equação (18);

$$\vec{E} = \frac{m}{ne^2\tau} \vec{J}. \quad (18)$$

Comparando a Equação (18) com a Equação (13) (Lei de Ôhm), obtém-se a Equação (19);

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}. \quad (19)$$

2.3.4 A regra de Matthiessen

A resistividade é uma característica muito específica de cada material e é fortemente influenciada pela temperatura, presença de defeitos cristalinos e impurezas presentes no material. As vibrações da rede, devido à temperatura, os defeitos cristalinos e a presença de impurezas no material, causam o espalhamento dos elétrons dificultando o deslocamento destes pela rede e aumentando assim a resistividade do material [34]. A resistividade total de um metal, portanto, é a soma das contribuições de vibrações térmicas (ρ_T), das contribuições devidas a cada elemento químico presente no meio condutor (ρ_i) e da deformação plástica (ρ_D), a qual atua no sentido de criar deformações na rede cristalina e gerar defeitos nela que são mecanismos independentes entre si, sendo representada pela relação denominada Regra de Matthiessen, conforme a Equação (20);

$$\rho = \rho_T + \rho_i + \rho_D. \quad (20)$$

2.4 Efeito pelicular

A corrente elétrica alternada tende para a superfície do condutor, isso é uma consequência das Equações de Maxwell. Pode-se compreender melhor esta constatação [1,8], considerando uma corrente elétrica filamental (\vec{I}) fluindo na parte interna de um condutor. Assumindo que esta corrente elétrica sofra uma variação em sua intensidade em função do tempo, esta terá um campo magnético rotacional (\vec{H}) associado, o qual também tem uma variação em sua intensidade em função do tempo, conforme a Equação (6). Esta variação temporal do campo magnético induz a um campo elétrico rotacional (\vec{E}), conforme Equação (5). A corrente elétrica filamental, bem como os campos magnéticos e elétricos associados a ela estão representados esquematicamente na Figura 5.

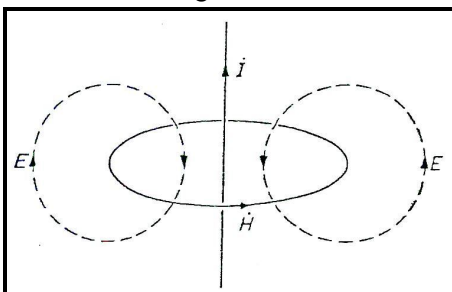


FIGURA 5 - ILUSTRAÇÃO QUALITATIVA DO EFEITO PELICULAR TENDO UMA CORRENTE ELÉTRICA FILAMENTAR (\vec{I}) E OS CAMPOS MAGNÉTICO (\vec{H}) E ELÉTRICO (\vec{E}) ASSOCIADOS [1,8].

Segundo a lei de Lenz, a direção do campo elétrico induzido é oposta ao aumento da corrente elétrica filamental (\vec{I}) na região central do condutor. Isso gera uma corrente elétrica induzida oposta a essa corrente elétrica \vec{I} e induz a uma corrente elétrica no mesmo sentido de \vec{I} na superfície do condutor.

Considerando várias correntes elétricas filamentosas, ao longo de toda a seção transversal de um condutor, o resultado será um aumento da intensidade da corrente elétrica na superfície e uma redução no centro do condutor.

Na Figura 6 está representada a distribuição da corrente elétrica na secção transversal circular de um condutor. A região escura da Figura 6 (a) representa a região da secção transversal por onde flui uma corrente elétrica contínua em um condutor cilíndrico. Analogamente, na Figura 6 (b), está representada a secção transversal para um fio onde flui uma corrente elétrica alternada de baixa frequência, e na Figura 6 (c), está representada a secção transversal para um fio onde flui uma corrente elétrica alternada de alta frequência, onde a intensidade da corrente elétrica está preferencialmente na superfície do condutor.

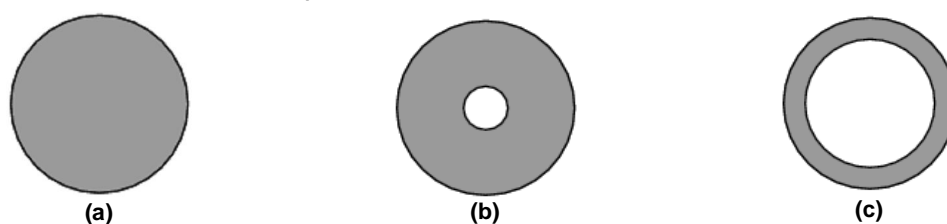


FIGURA 6 - ILUSTRAÇÃO QUALITATIVA DO EFEITO PELÍCULAR EM UMA SECÇÃO TRANSVERSAL; EM (a) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA CONTÍNUA, ENQUANTO QUE EM (b) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE ELÉTRICA ALTERNADA DE BAIXA FREQUÊNCIA E EM (c) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE ELÉTRICA ALTERNADA DE ALTA FREQUÊNCIA [42].

2.4.1 Profundidade pelicular

Na Figura 7, está representado o módulo da distribuição da corrente elétrica ao longo da secção transversal circular de um condutor.

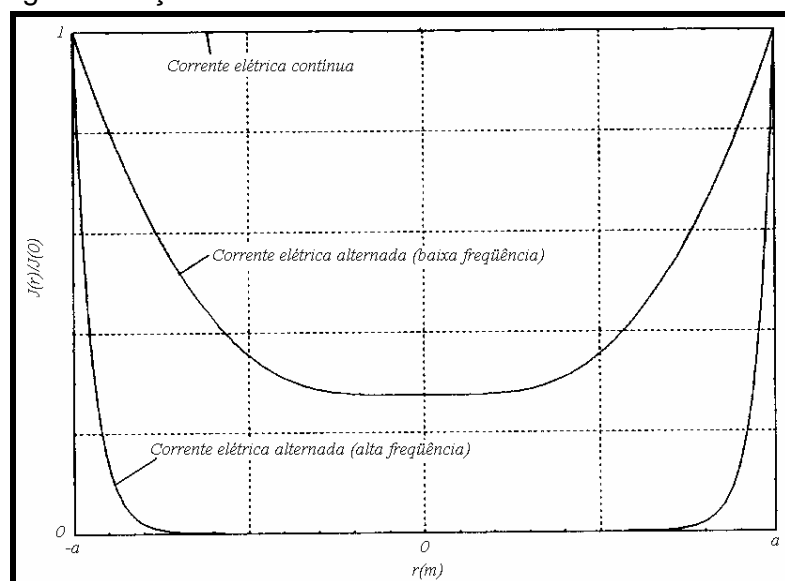


FIGURA 7 – MÓDULO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE ELÉTRICA EM UM CONDUTOR DE RAIOS a [8].

Na Figura 7, são mostrados a distribuição de corrente elétrica para o caso da corrente elétrica contínua e para a corrente elétrica alternada de alta e de baixa frequência. Nesta Figura 7, pode-se observar que os máximos do módulo da distribuição da corrente elétrica estão na superfície do condutor, quando a corrente elétrica está no ponto do raio (a) do condutor, e o mínimo no centro, quando a corrente elétrica está no ponto de raio (0).

A profundidade pelicular (δ) é definida como distância para a qual o módulo da distribuição da corrente elétrica cai a $1/e$ (aproximadamente 37%) em relação ao valor da corrente elétrica na superfície do condutor [40,42]. Esta é a região representativa da distribuição da corrente elétrica total no condutor.

A profundidade pelicular é dada pela Equação (21)

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}, \quad (21)$$

onde ω é a frequência angular da corrente elétrica aplicada e μ é a permeabilidade magnética do condutor.

2.5 Classificação do efeito pelicular

O efeito pelicular aumenta com a frequência angular, com a condutividade elétrica e com a permeabilidade magnética do condutor [1,8]. Do ponto de vista microscópico, o efeito pelicular é função do livre caminho médio (ℓ), que representa o percurso médio entre duas colisões do elétron, da profundidade pelicular, e do tempo de relaxação do elétron no condutor dado pela Equação (22) [41];

$$\tau = \frac{\ell}{v_d}. \quad (22)$$

Em função do exposto, o efeito pelicular pode ser classificado [29]:

- $\ell \ll \delta$ e $\ell \ll v_d/\omega$ - Efeito pelicular clássico
- $v_d/\omega \ll \ell \ll \delta$ - Relaxação
- $\delta \ll \ell$ e $\delta \ll v_d/\omega$ - Efeito pelicular anômalo
- $v_d/\omega \ll \delta \ll \ell$ - Reflexão anômala

2.6 Indutância de um fio condutor

O fluxo magnético em um fio condutor é proporcional a corrente elétrica que flui pelo mesmo, sendo a razão entre o fluxo magnético e a corrente elétrica chamado de indutância.

Para o efeito pelicular é conveniente dividir a indutância elétrica em duas contribuições [43], conforme a Equação (23);

$$L = L_{\text{int}} + L_{\text{ext}}, \quad (23)$$

onde L é a indutância total, L_{int} é a contribuição na indutância total devido a fluxo magnético gerado na parte interna do condutor e L_{ext} é a contribuição na indutância total devido a fluxo magnético gerado na parte externa do condutor.

A reatância indutiva interna (X_L), que pode ser entendida como a contribuição magnética para a oposição a passagem de corrente elétrica [37,38], é definida pela Equação (24),

$$X_L = \omega L_{\text{int}}. \quad (24)$$

2.7 Modelagem do efeito pelicular

As equações de Maxwell já foram discutidas anteriormente e na forma diferencial são dadas pelas Equações (2), (4), (5) e (6).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_q, \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (6)$$

Considerando que o meio, no instante inicial, está sem carga elétrica, a densidade de carga será nula [11], reduzindo a Equação (2) na Equação (25)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0. \quad (25)$$

O deslocamento elétrico pode ser representado pela Equação (26), para um meio linear, homogêneo e isotrópico [35].

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (26)$$

onde ε é a permissividade elétrica do material que, para um meio condutor é, aproximadamente, a permissividade elétrica do vácuo (ε_0).

Substituindo a Equação (26) na Equação (25), tem-se a Equação (27);

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0. \quad (27)$$

A intensidade magnética [39] pode ser representado pela Equação (28);

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \rightarrow \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}, \quad (28)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do material, que para um meio não magnético será igual a permeabilidade magnética do vácuo (μ_0).

Substituindo a Equação (28) na Equação (6), tem-se a Equação (29);

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{B} \right) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (29)$$

Na Equação (29), considera-se que a corrente de deslocamento é muito pequena quando comparada com a densidade de corrente total. Assim sendo, tem-se a Equação (30);

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \quad (30)$$

Fazendo o rotacional da Equação (5) tem-se a Equação (31);

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\frac{\partial (\vec{\nabla} \times \vec{B})}{\partial t}. \quad (31)$$

Aplicando a Equação (30) na Equação (31) tem-se a Equação (32);

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\frac{\partial (\mu_0 \vec{J})}{\partial t} \rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (32)$$

Segundo o cálculo vetorial [35], o rotacional da Equação (32) pode ser representado conforme a Equação (33);

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (33)$$

Substituindo a Equação (27) na Equação (33) tem-se a Equação (34)

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (34)$$

Pela Lei de Ohm dada na forma da Equação (13), a Equação (34) se reduz na Equação (35);

$$\nabla^2 (\rho \vec{J}) = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (35)$$

2.7.1 Considerações geométricas para um fio condutor

Considerando que o fio de cobre é um condutor cilíndrico [8], é coerente usar um sistema de coordenadas cilíndricas. Considerando o comprimento (b) deste condutor muito maior que o raio (a), o operador laplaciano dado pela Equação (35), pode ser simplificado, dependendo apenas da coordenada radial, conforme a Equação (36)

$$\nabla^2 (\rho \vec{J}) = \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho \vec{J})}{\partial r} + \frac{\partial^2 (\rho \vec{J})}{\partial r^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (36)$$

Este condutor é representado esquematicamente na Figura 8.

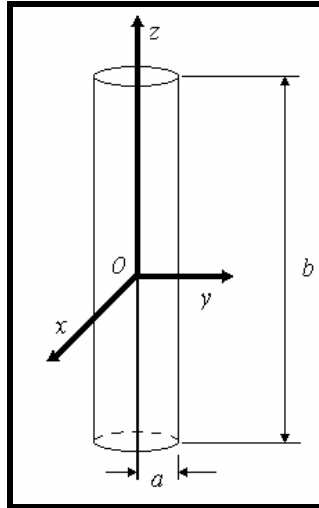


FIGURA 8 - ILUSTRAÇÃO DO FIO CONDUTOR DE COMPRIMENTO b E RAIOS a [8].

Por meio da Figura 8, pode-se concluir que a densidade de corrente elétrica será apenas na direção z e dependerá da coordenada radial e do tempo, uma vez que a componente na direção radial (r) é muito pequena e que não há variação com a componente angular (θ). Matematicamente, este fato é representado pela Equação (37);

$$\vec{J} = J_z \hat{k}. \quad (37)$$

Considerando uma corrente elétrica senoidal e utilizando o método de separação de variáveis [44,45], encontra-se a Equação (38).

$$\vec{J} = (J(r)e^{i\omega t})\hat{k}, \quad (38)$$

onde ω é a frequência angular definida pela Equação (39);

$$\omega = 2\pi f. \quad (39)$$

Substituindo a Equação (38) na Equação (36), tem-se a Equação (40)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (\rho(J(r)e^{i\omega t})\hat{k})}{\partial r} + \frac{\partial^2 (\rho(J(r)e^{i\omega t})\hat{k})}{\partial r^2} = \mu_0 \frac{\partial ((J(r)e^{i\omega t})\hat{k})}{\partial t} \quad (40)$$

Simplificando a Equação (40), tem-se a Equação (41).

$$\frac{\partial^2 (\rho J(r))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho J(r))}{\partial r} - i\mu_0 \omega J(r) = 0 \quad (41)$$

Mudando a variável na Equação (41), encontra-se a Equação (42)

$$\frac{\partial^2 (E(r))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial (E(r))}{\partial r} + T^2 E(r) = 0, \quad (42)$$

onde T^2 é definido pela Equação (43);

$$T^2 = -\frac{i\omega\mu_0}{\rho} \rightarrow T = \frac{(1-i)}{\delta}. \quad (43)$$

A Equação (42) possui solução geral conhecida, sendo esta denominada de Equação de Bessel modificada [46]. A solução geral será dada pela Equação (44).

$$\rho J(r) = C_1 J_0^B(Tr) + C_2 Y_0^B(Tr), \quad (44)$$

onde J_0^B e Y_0^B são funções de Bessel de grau zero de 1ª e 2ª espécies.

Na Equação (43), pode-se verificar que os argumentos das funções de Bessel de grau zero de 1ª e 2ª espécies da Equação (44) são complexos [45]. Assim sendo, fez-se os gráficos da Figura 9 mostrando as partes real e imaginária das funções de Bessel com argumentos complexos.

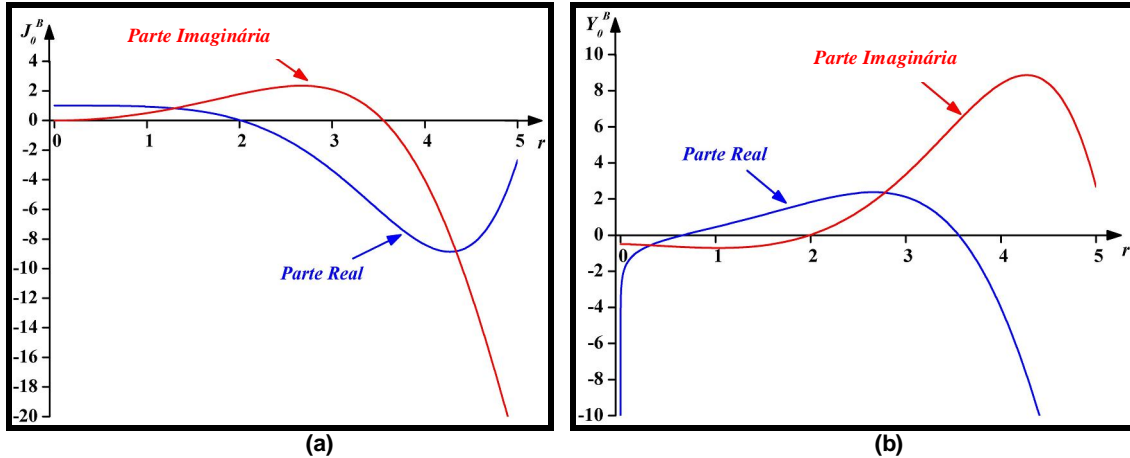


FIGURA 9 – FUNÇÕES DE BESSEL DE GRAU ZERO COM ARGUMENTO COMPLEXO; EM (a) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRIMEIRA ESPÉCIE, TANTO A PARTE REAL QUANTO A IMAGINÁRIA, ENQUANTO QUE EM (b) TEM-SE UMA REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE SEGUNDA ESPÉCIE, TAMBÉM PARA A PARTE REAL E IMAGINÁRIA [44, 47].

No gráfico da Figura 9 (a) é possível verificar que a função de Bessel de grau zero e primeira espécie possui valores finitos, tantos para a parte real quanto para a parte imaginária.

No gráfico da Figura 9 (b), nota-se que a parte imaginária da função de Bessel de grau zero e segunda espécie possui valores finitos. Porém, a parte real apresenta valores infinitos no centro do condutor ($r = 0$), tendo como consequência, o aumento da densidade de corrente elétrica na Equação (44) para infinito no centro do condutor, o que não é condizente com a física do problema. Assim sendo, é necessário impor a condição dada pela Equação (45);

$$C_2 = 0. \quad (45)$$

Na superfície do condutor ($r = a$), o campo elétrico será o campo superficial (E_0). Aplicando esta condição na Equação (44), têm-se a Equação (46);

$$C_1 = \frac{E_0}{J_0^B(Ta)}. \quad (46)$$

Aplicando as Equações (45) e (46) na Equação (44), tem-se o Equação (47);

$$J(r) = \frac{E_0}{\rho J_0^B(Ta)} J_0^B(Tr). \quad (47)$$

2.7.2 Modelagem da impedância

A impedância do fio (Z) é dada pela Equação (48) [42];

$$Z = \frac{E_0}{I}, \quad (48)$$

onde I é a corrente elétrica total [6], calculada pela Equação (49);

$$I = \int_0^a J(r)(2\pi r dr). \quad (49)$$

Substituindo a Equação (47) na Equação (49), tem-se a Equação (50);

$$I = 2\pi E_0 \int_0^a \frac{r J_0^B(Tr)}{\rho J_0^B(Ta)} dr. \quad (50)$$

Substituindo a Equação (50) na Equação (48), tem-se a Equação (51)

$$Z = \frac{J_0^B(T_0 a)}{2\pi \int_0^a \frac{r}{\rho} J_0^B(Tr) dr}, \quad (51)$$

Na Equação (51) é conveniente obter a impedância normalizada pela resistência em corrente contínua [9]. Pela Equação (6), tem-se a Equação (52);

$$R_0 = \rho_0 \frac{1}{\pi a^2}, \quad (52)$$

onde R_0 é a resistência em corrente contínua dividida por unidade de comprimento e ρ_0 é o valor da resistividade elétrica em corrente contínua.

A razão entre a Equação (51) e (52) resulta na Equação (53);

$$\frac{Z}{R_0} = \frac{a^2 J_0^B(Ta)}{2\rho_0 \int_0^a \frac{r}{\rho} J_0^B(Tr) dr}. \quad (53)$$

2.8 Efeito pelicular clássico

O efeito pelicular clássico considera que a resistividade possui um valor constante [1,8,40,42], conforme a Equação (54);

$$\rho = \rho_0. \quad (54)$$

Substituindo a Equação (54) em (53) tem-se a Equação (55);

$$\frac{Z}{R_0} = \frac{Ta}{2} \frac{J_0^B(Ta)}{J_1^B(Ta)}, \quad (55)$$

onde J_1^B é a função de Bessel de grau 1 de 1ª espécie.

As funções de Bessel presentes na Equação (55) apresentam argumento complexo. Assim sendo elas podem ser expressas por uma parte real e uma imaginária, chamadas de funções de Kelvin, conforme a Equação (56);

$$\frac{Z}{R_0} = a \frac{\sqrt{2}}{2\delta} \left[\frac{\text{ber}_0(a\sqrt{2}/\delta) - i \text{bei}_0(a\sqrt{2}/\delta)}{\text{ber}_1(a\sqrt{2}/\delta) - i \text{bei}_1(a\sqrt{2}/\delta)} \right], \quad (56)$$

onde ber_0 e ber_1 são as partes reais da função de Bessel de grau 0 e 1, respectivamente, e bei_0 e bei_1 são as partes imaginárias da função de Bessel de grau 0 e 1, respectivamente.

Uma impedância elétrica complexa é definida por meio da teoria de circuitos elétricos [48] pela Equação (57);

$$Z = R - iX_L, \quad (57)$$

Simplificando a Equação (56) em parte real e parte imaginária [9,49], e comparando com a Equação (57) tem-se a Equação (58) para a resistência elétrica e a Equação (59) para a reatância indutiva interna;

$$R = a \frac{\sqrt{2}}{2\delta} \left[\frac{\text{ber}_0(a\sqrt{2}/\delta) \text{bei}_1(a\sqrt{2}/\delta) - \text{bei}_0(a\sqrt{2}/\delta) \text{ber}_1(a\sqrt{2}/\delta)}{\left\{ \text{bei}_1(a\sqrt{2}/\delta) \right\}^2 + \left\{ \text{ber}_1(a\sqrt{2}/\delta) \right\}^2} \right], \quad (58)$$

$$X_L = \delta \frac{2\sqrt{2}}{a} \left[\frac{\text{ber}_0(a\sqrt{2}/\delta) \text{ber}_1(a\sqrt{2}/\delta) + \text{bei}_0(a\sqrt{2}/\delta) \text{bei}_1(a\sqrt{2}/\delta)}{\left\{ \text{bei}_1(a\sqrt{2}/\delta) \right\}^2 + \left\{ \text{ber}_1(a\sqrt{2}/\delta) \right\}^2} \right]. \quad (59)$$

A Equação (58) e a Equação (59) podem ser expressas de forma gráfica, sendo conveniente construir o gráfico da resistência elétrica (R) e da reatância indutiva (X_L) normalizados pela resistência em corrente contínua [44]. Este gráfico, em geral, é feito em função da frequência, visando observar o comportamento de amostras com diâmetros diferentes.

2.8.1 Aproximação linear do efeito pelicular clássico

A Equação (58) e a Equação (59) podem ser expressas de forma gráfica em função da razão entre o raio do fio (a) e a profundidade pelicular (δ), o qual é mostrado na Figura 10.

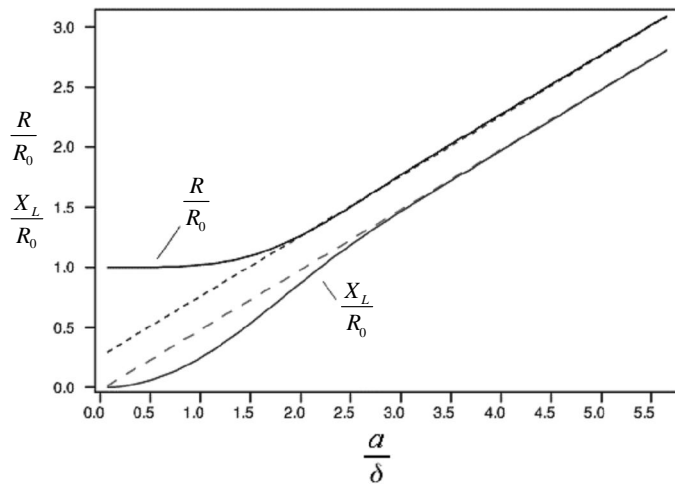


FIGURA 10 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA E REATÂNCIA INDUTIVA INTERNA NORMALIZADAS DE UM FIO CONTRA A RAZÃO DO RAIO DO CONDUTOR E DA PROFUNDIDADE PELICULAR [40,42].

No gráfico da Figura 10, nota-se que a solução assintótica pode ser representada por uma reta, tanto para a resistência elétrica normalizada, quanto para a reatância indutiva interna normalizada. Estas retas podem ser visualizadas pelas linhas tracejadas na Figura 9. Matematicamente, essas retas são expressas pelas Equação (60) e Equação (61);

$$\frac{R}{R_0} = m_1 \frac{a}{\delta} + k_1 \quad (60)$$

$$\frac{X_L}{R_0} = m_2 \frac{a}{\delta} - k_2 \quad (61)$$

onde m_1 e m_2 são os coeficientes angulares das retas assintóticas da resistência elétrica e reatância indutiva normalizadas, respectivamente, e k_1 e k_2 são os coeficientes lineares das retas assintóticas da resistência elétrica e reatância indutiva normalizadas, respectivamente.

Os valores dos coeficientes [42,50] das Equação (60) e Equação (61) são dados pelas Equações (62)-(65);

$$m_1 = 0,5, \quad (62)$$

$$m_2 = 0,5, \quad (63)$$

$$k_1 = 0,26, \quad (64)$$

$$k_2 = 0,02. \quad (65)$$

2.9 Aproximação da resistência para um fio condutor

A resistência elétrica em corrente elétrica contínua (R) é definida pela Equação (6);

$$R = \rho \frac{b}{A}. \quad (6)$$

Para um fio condutor de secção transversal circular a área (A) pode ser calculada pela Equação (66);

$$A = \pi a^2. \quad (66)$$

Para o efeito pelicular, a resistência elétrica pode ser aproximada por uma resistência elétrica aparente (R_p) utilizando uma área aparente (A_p), conforme a Equação (67);

$$R_p = \rho \frac{b}{A_p}. \quad (67)$$

A região por onde circula a maior parte corrente elétrica que varia com a frequência é definida pela profundidade pelicular, logo a área aparente pode ser obtida conforme a Figura 11.

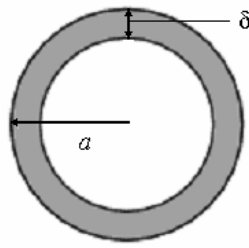


FIGURA 11 – ÁREA APARENTE POR ONDE CIRCULA A PARTE REPRESENTATIVA DA CORRENTE ELÉTRICA.

Utilizando a Figura 11, pode-se calcular a área aparente (A_p) pela Equações (68);

$$A_p = \pi a^2 - \pi (a - \delta)^2. \quad (68)$$

Assim, pode-se aproximar a resistência elétrica da Equação (58) usando a Equação (68) aplicada a Equação (67). Fazendo um gráfico para comparar este método aproximado com o método analítico dado pela Equação (58), tem-se a Figura 12.

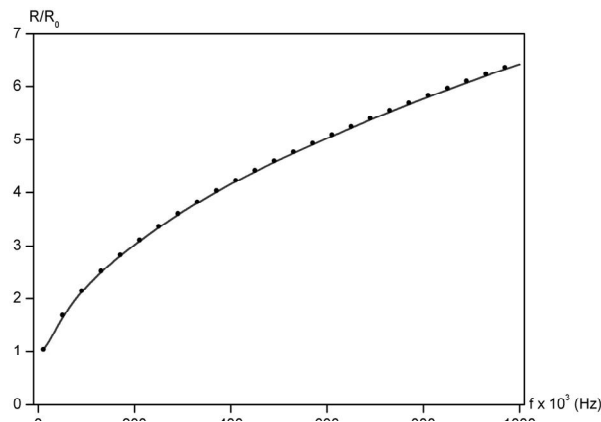


FIGURA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO ANALÍTICO DA EQUAÇÃO (58), DADO PELA LINHA VERMELHA, E DO MÉTODO APROXIMADO DA EQUAÇÃO (67), DADO PELOS PONTOS.

Pela Figura 12, pode-se observar que o método dado pela Equação (67) é uma aproximação muito boa para cálculo da parte resistiva do efeito pelicular clássico.

Capítulo 3: Materiais e métodos

3.1 Amostras utilizadas

As ligas de cobre utilizadas em fios e cabos elétricos são normalizadas (TYLER [31]) e possuem um número característico para cada diâmetro, denominado *American wire gauge* (AWG). Esta terminologia foi considerada e usada como rótulo para as amostras, aproximando o diâmetro medido para a bitola respectiva em AWG. As ligas utilizadas são de cobre C11000, e o seu diâmetro foi obtido por meio de um micrômetro digital Mitutoyo, modelo n. 293-801, com faixa de medição de 0 a 25 mm, sendo realizada uma média de 10 medidas em pontos diferentes de cada fio. Os valores médios para cada fio de cobre estão relacionados na Tabela 1.

TABELA 1 – DIAMÊTRO DAS AMOSTRAS E RESPECTIVA NOMENCLATURA AWG.

Nomenclatura AWG	Diâmetro Nominal (mm)	Diâmetro Medido (mm)
14	1,628	(1,616 ± 0,003)
15	1,450	(1,465 ± 0,005)
17	1,151	(1,165 ± 0,007)
19	0,912	(0,905 ± 0,006)
20	0,813	(0,818 ± 0,006)
21	0,724	(0,732 ± 0,002)
24	0,511	(0,510 ± 0,003)
26	0,404	(0,399 ± 0,006)
27	0,361	(0,359 ± 0,001)
40	0,079	(0,080 ± 0,002)

O comprimento de cada amostra foi obtido por meio da média entre 10 medidas, as quais foram realizadas com o uso de uma trena. Os resultados encontram-se representados na Tabela 2.

TABELA 2 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO DAS AMOSTRAS UTILIZADAS.

Nomenclatura AWG	Comprimento (m)
14	$(5,10 \pm 0,05)$
15	$(4,05 \pm 0,05)$
17	$(4,20 \pm 0,05)$
19	$(4,90 \pm 0,05)$
20	$(3,90 \pm 0,05)$
21	$(5,00 \pm 0,05)$
24	$(3,90 \pm 0,05)$
26	$(3,55 \pm 0,05)$
27	$(3,90 \pm 0,05)$
40	$(4,50 \pm 0,05)$

A montagem consistiu numa espira retangular feita com os fios de cobre utilizados sob uma base de material isolante. O diagrama esquemático da Figura 13 representa esta montagem experimental.

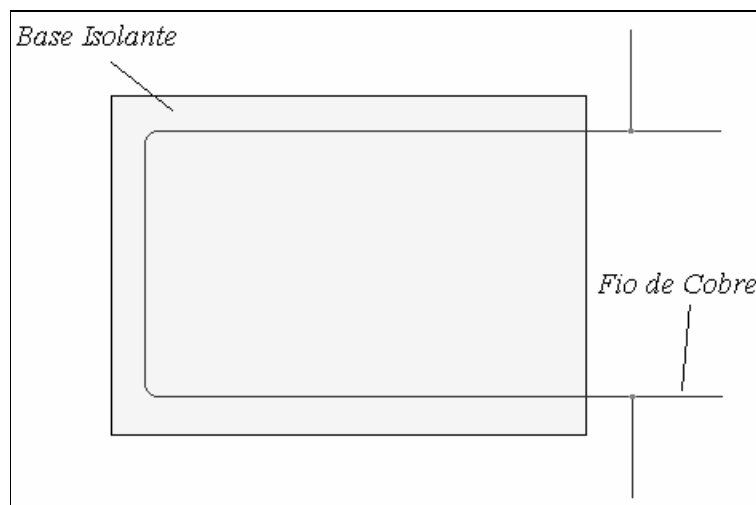


FIGURA 13 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA MONTAGEM EXPERIMENTAL, EM FORMATO DE ESPIRA RETANGULAR.

3.2 Simulação computacional

3.2.1 Efeito pelicular clássico

O efeito pelicular clássico foi simulado no *software Mathematica®*. O diagrama esquemático da Figura 14 mostra como foi realizada esta simulação. Nesta simulação foram considerados os dados medidos de diâmetro de amostra (Tabela 1), a permeabilidade magnética do vácuo e a resistividade elétrica com valor constante.

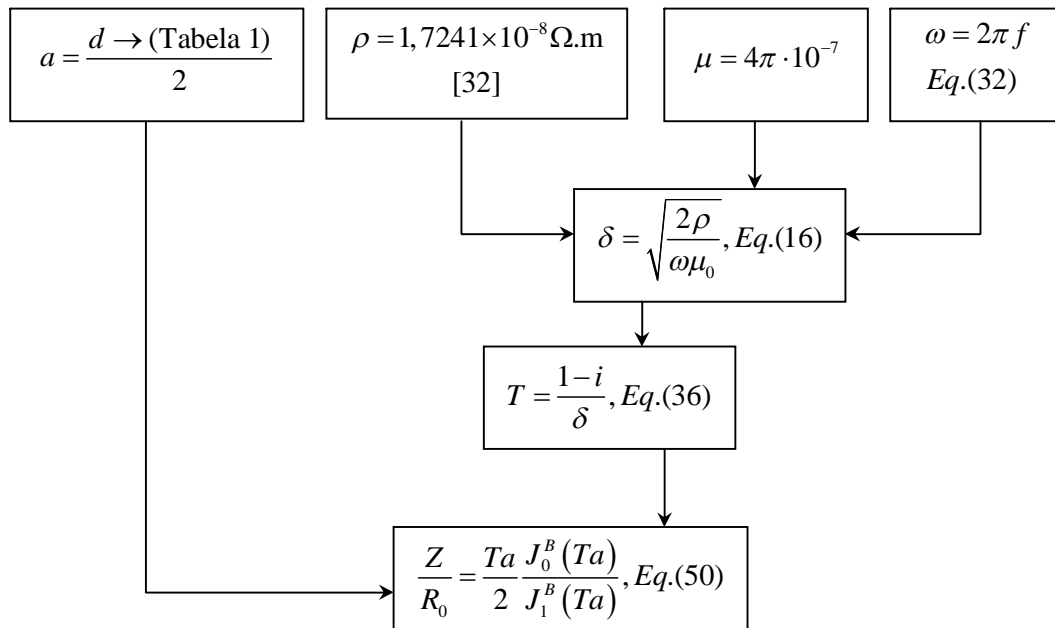


FIGURA 14 – DIAGRAMA DE BLOCO PARA A SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.

Conforme o diagrama da Figura 14, pode-se verificar que foi possível encontrar a profundidade pelicular e a impedância elétrica em função da frequência. O *Mathematica®* isolou, então, a parte real e imaginária da impedância obtendo assim os valores de resistência elétrica e indutância normalizados. Uma simulação para a amostra 14 AWG está representada no Anexo 1.

3.2.2 Efeito pelicular com resistividade variável

O efeito pelicular com resistividade variável foi simulado no *software Mathematica®*. O diagrama esquemático da Figura 15 mostra como foi realizada esta simulação. Nesta simulação foram considerados os dados medidos de diâmetro da amostra (Tabela 1), a permeabilidade magnética do vácuo e a resistência elétrica aproximada pela Equação (67).

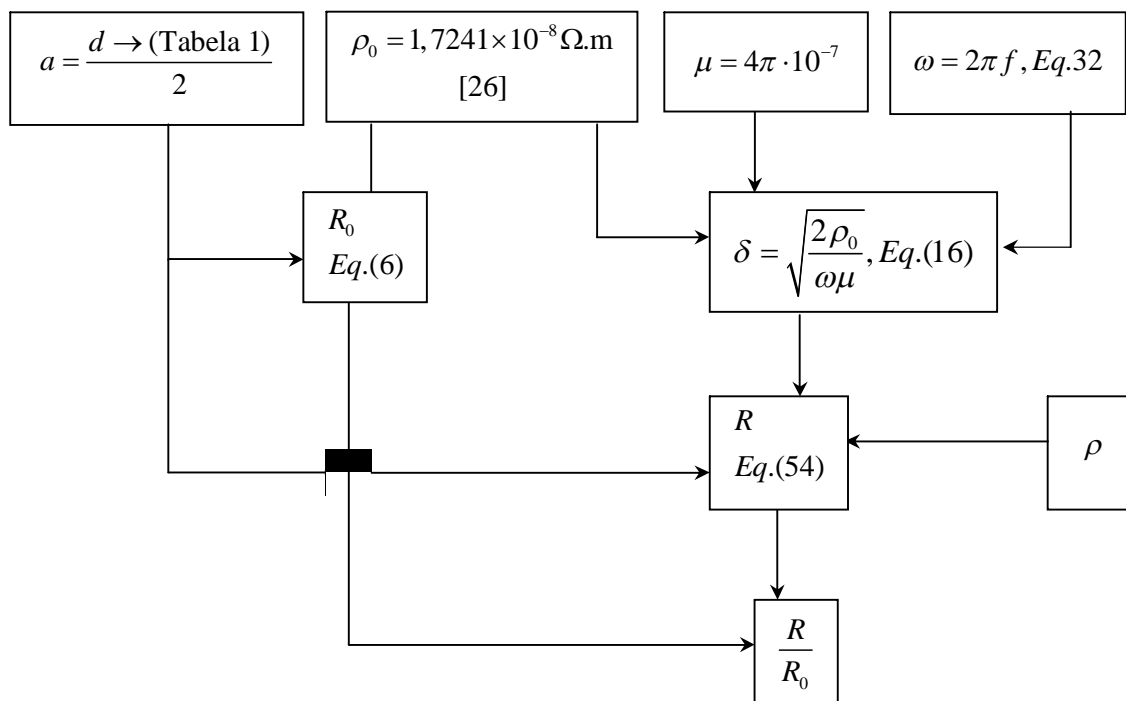


FIGURA 15 – DIAGRAMA DE BLOCO PARA A SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR COM RESISTIVIDADE VARIÁVEL

Conforme o diagrama da Figura 15, pode-se verificar que é necessário arbitrar uma função para a resistividade elétrica, para ser possível encontrar a resistência elétrica em função da frequência. Estas funções para a resistividade elétrica foram obtidas empiricamente. Uma simulação, para o fio 14 AWG utilizando uma fórmula linear para resistividade elétrica, está representada no Anexo 2.

3.3 Determinação da reatância indutiva interna

Em equipamentos de medição, é possível obter a indutância total de um sistema. A indutância interna pode somente ser obtida de maneira teórica, sendo, então, a indutância externa uma incógnita. Para se obter a indutância externa foi utilizado um método semi-empírico, ou seja, os instrumentos de medição obtêm a indutância total, e por meio da simulação do efeito pelicular clássico, obtém-se a indutância interna. Utilizando a Equação (23), nota-se que é possível encontrar a indutância externa por subtração da indutância interna pela indutância total, a qual foi realizada no *software Origin*[®]. Para um ajuste numérico do valor obtido para o valor da indutância externa, utilizou o *software Microsoft Excel*[®], aperfeiçoando o valor encontrando por um método iterativo até a coincidência de valores entre a simulação e os dados experimentais em 1 MHz.

3.4 Avaliação de instrumentos para medida de impedância

A confiabilidade do instrumento a ser utilizado foi verificada por meio de um método comparativo entre 3 instrumentos. Esses instrumentos, bem como seus modelos, faixa de medição e rótulo utilizado estão relacionados na Tabela 3.

TABELA 3 – INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA AVALIAÇÃO DE IMPEDÂNCIA.

Instrumento		Rótulo	Faixa de Frequência Medida
Marca	Modelo		
Solartron	SI-1260	Inst. A	10 μ Hz a 32 MHz
Hewlett-Packard	4192A LF	Inst. B	5 Hz a 13 MHz
Quadtech	1920 Precision LCR Meter	Inst. C	20 Hz a 1 MHz

Buscando uma comparação entre os instrumentos, utilizaram-se três amostras, sendo elas: a 21 AWG, 26 AWG e 40 AWG. As Figura 16, 17 e 18 mostram os resultados obtidos para estes fios. As medidas foram realizadas na faixa de 10 kHz a 1 MHz. A resistência normalizada é representada pela Figura (a) e a reatância indutiva dividida pela resistência em corrente contínua ilustrada pela Figura (b). O valor da resistência em corrente contínua foi assumido como o primeiro valor de resistência (10 kHz). O efeito pelicular clássico foi utilizado como referência nos gráficos, sendo este representado por uma linha.

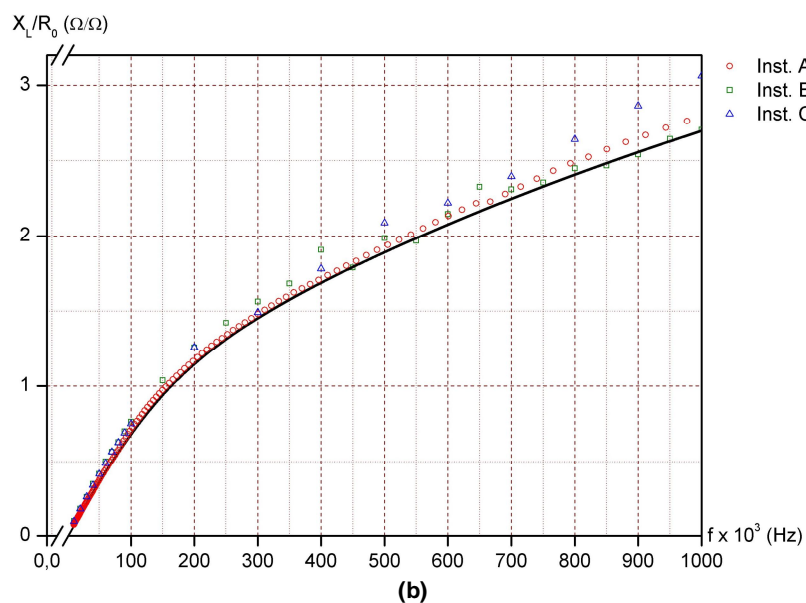
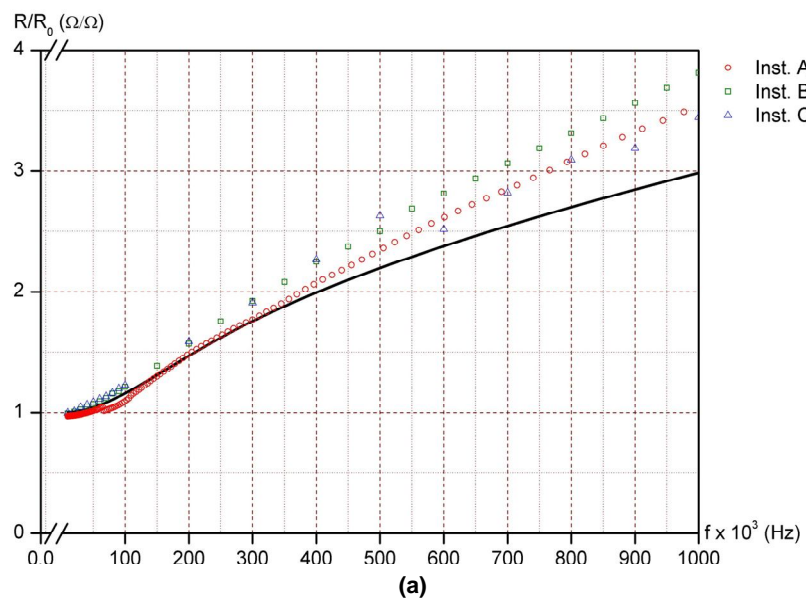


FIGURA 16 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 21 AWG.

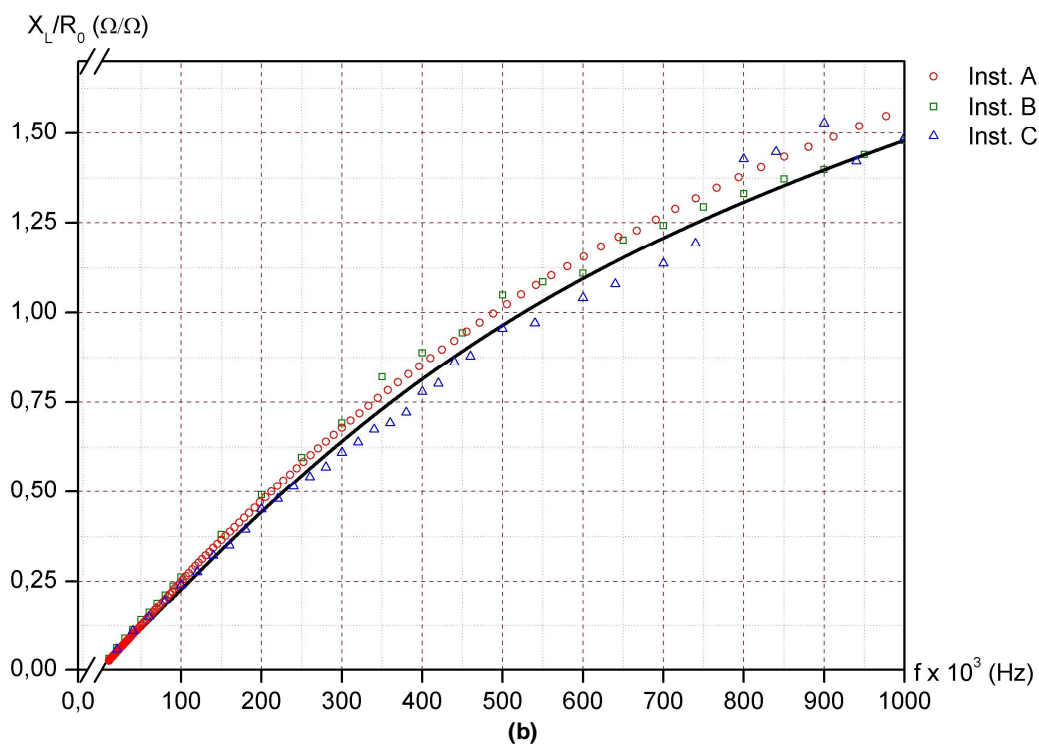
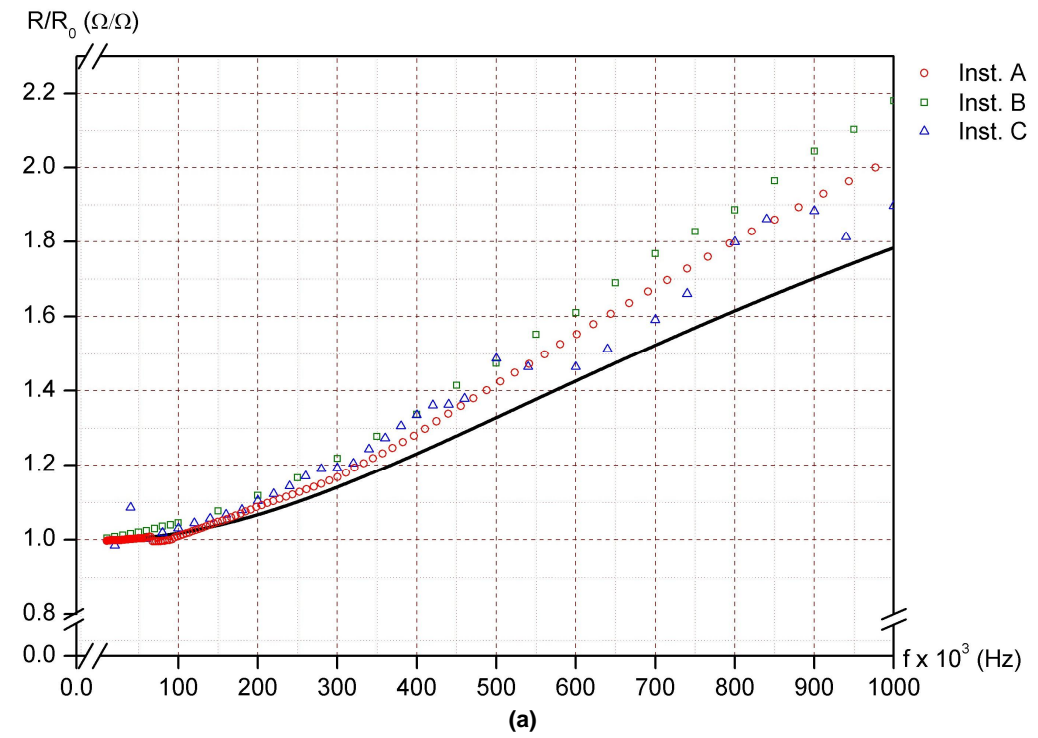


FIGURA 17 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 26 AWG.

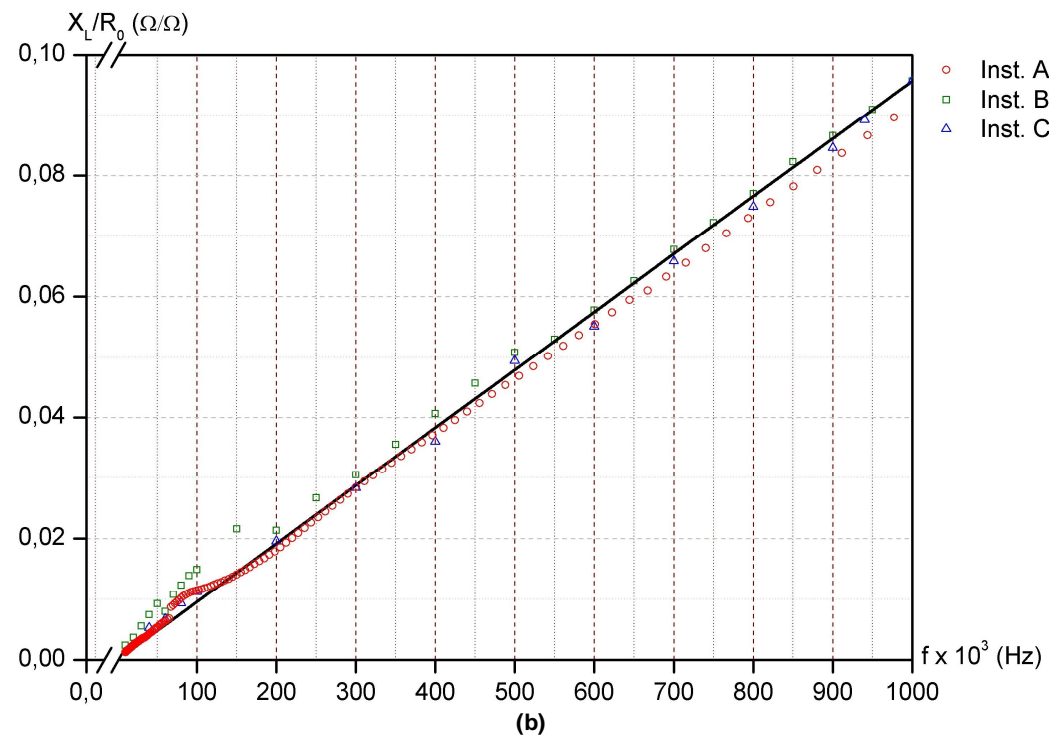
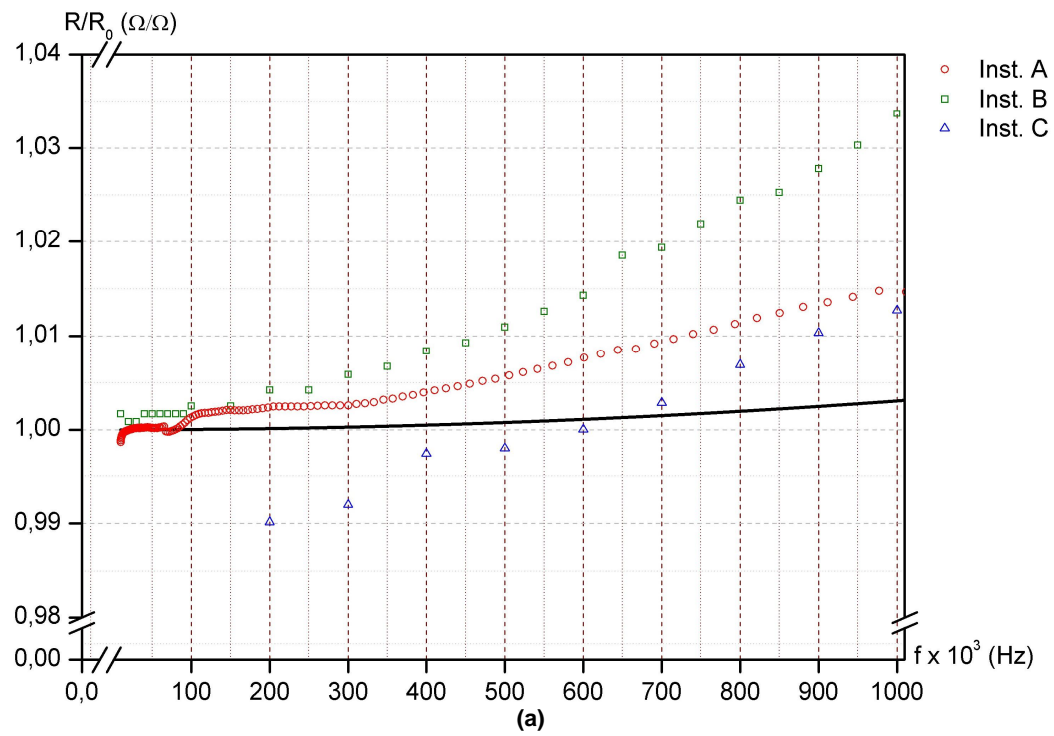


FIGURA 18 – COMPARATIVO ENTRE OS INSTRUMENTOS PARA A AMOSTRA 40 AWG.

Os gráficos das Figuras de 16 a 18 mostram uma concordância entre os resultados experimentais obtidos, demonstrando que a metodologia adotada possui boa repetibilidade. Devido ao maior número de pontos, facilidade para a medição e melhor resolução, optou-se pelo uso do Solartron SI-1260. Além disso, as Figura 16 e 17 demonstram uma discordância entre o efeito pelicular clássico simulado e os valores experimentais, para todos os instrumentos medidos. A Figura 18 (a) mostra uma característica plana para o fio 40 AWG, mostrando que esse fio não é influenciado pelo efeito pelicular, fato este justificado pelo seu pequeno diâmetro. Nesta Figura 18 (a), nota-se uma maior dispersão dos pontos experimentais, sendo isso justificado pelo aumento do erro na faixa de medição dos instrumentos.

3.5 Analisador de impedância

O analisador de impedância da marca *Solartron Analytical*, modelo SI-1260, foi utilizado para determinar o comportamento das amostras. As faixas de medição deste equipamento estão compreendidas entre 10 m Ω a 100 M Ω para valores de resistência, e entre 100 nH a 1.000 H para valores de indutância. Na Figura 19 está apresentada uma vista frontal desse equipamento.



FIGURA 19 - ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON MODELO SI-1260.

O método de medição deste instrumento consiste em gerar um sinal senoidal para excitação da amostra e na coleta dos valores de tensão e corrente que percorrem a mesma. Para realizar essas operações, o analisador de impedâncias dispõe de seis entradas individuais, do tipo BNC, conforme a Figura 20, sendo elas corrente (*current*), gerador (*Gen Output*), Tensão 1 (*Voltage 1 – LO e HI*) e Tensão 2 (*Voltage 2 – LO e HI*).

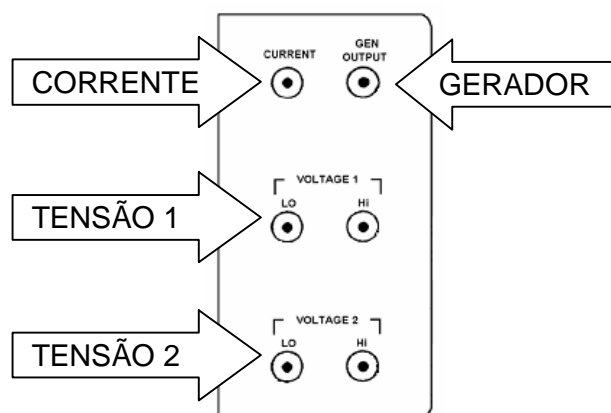


FIGURA 20 - ENTRADAS DISPONÍVEIS DO ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON [51].

O sinal senoidal gerado está representado na Figura 21, onde é possível verificar os parâmetros que podem ser manipulados pelo usuário, sendo o modo de geração (corrente ou tensão), a frequência ou o período, e a amplitude de sinal, com ou sem deslocamento de zero (BIAS). Um circuito equivalente deste gerador está representado na Figura 22.

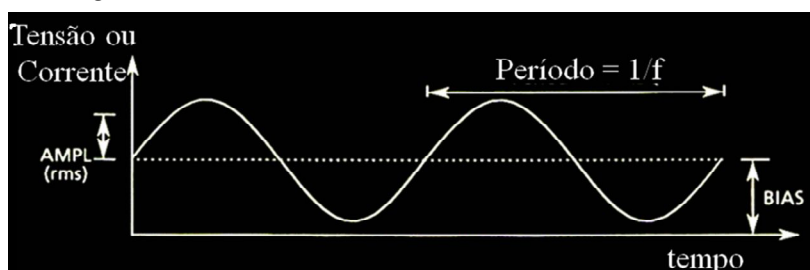


FIGURA 21 - SINAL SENOIDAL FORNECIDO PELO GERADOR SOBRE A AMOSTRA [51].

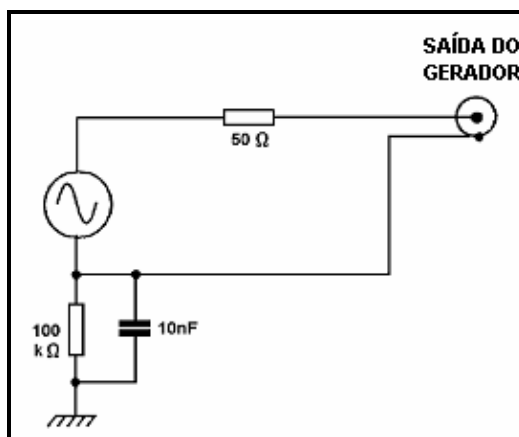


FIGURA 22 - DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO GERADOR DE SINAL SENOIDAL [51].

A Figura 23, relaciona o valor RMS da corrente com a freqüência de medição e com o valor de impedância [51]. No caso das medidas realizadas são esperados valores de impedância menores do que 40Ω para a faixa de freqüência de 10 kHz até 1 MHz. Assim sendo, o valor RMS da corrente do gerador será de 30 mA.

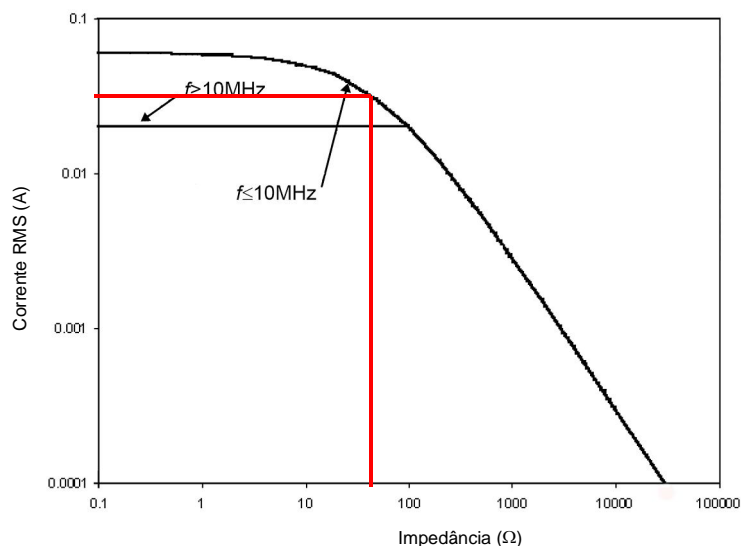


FIGURA 23 - RELAÇÃO ENTRE IMPEDÂNCIA E CORRENTE RMS DO GERADOR [51].

A medida de tensão sobre a amostra é feita analisando-se o sinal do canal de Tensão 1 (V_1) entre os pontos de alta (V_{HI}) e baixa (V_{LO}) entrada e saída de sinal da amostra, respectivamente. Assim sendo, a tensão é dada pela Equação (69).

$$V_1 = G_s (V_{HI} - V_{LO}) \quad (69)$$

onde G_s é o ganho cujo valor é uma propriedade interna do equipamento e imutável.

A medida da corrente elétrica é realizada por meio de resistor *shunt* localizado dentro do Analisador.

Por meio dos valores de tensão e corrente é possível determinar a impedância da amostra pela Lei de Ohm. Pelo método derivado da transformada de Fourier o sinal de corrente e tensão são somados em 104 pontos e integrados em um ciclo. O processador interno do *Solartron* utiliza este resultado, o transforma em funções seno e co-seno do ângulo de fase, que posteriormente são utilizados para cálculo interno na obtenção dos valores de resistência e indutância.

3.6 Método das quatro pontas

As amostras foram medidas utilizando o método das quatro pontas, o qual evita erros experimentais e desvios, oriundo de má conexão entre a amostra e o instrumento de medida.

Para as amostras (Tabela 1), uma ponta foi tomada como entrada de sinal do gerador e a outra ponta como entrada de sinal de corrente. Entre cada ponta, a uma distância de 5 cm, um fio de cobre estanhado com pequeno diâmetro foi fixado por solda para as tomadas de tensão. Uma representação destas conexões se encontra na Figura 24.

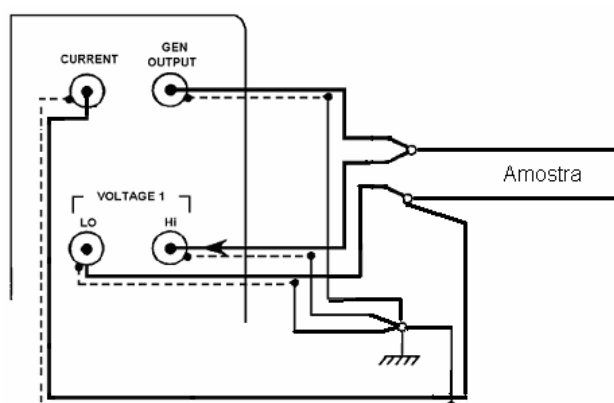


FIGURA 24 – MÉTODO DE MEDIÇÃO UTILIZADO (QUATRO PONTAS).

3.7 Tratamento térmico

Para a redução das tensões internas e crescimento dos grãos de um material é usual o tratamento térmico chamado de recozimento. Os fios de cobre, em geral, passam por esse processo durante a sua conformação. Visando uma comprovação deste fato, realizou-se o recozimento de uma amostra 15 AWG, durante 2 horas e posterior resfriamento lento em uma estufa contendo nitrogênio na temperatura de 500 °C. O resfriamento foi feito dentro da estufa, deixando esta resfriar naturalmente durante 8 horas.

Capítulo 4: Resultados e discussões

4.1 Resistência e resistividade elétrica em corrente contínua

As medidas de efeito pelicular, quando expressos de forma gráfica, são normalizadas pelo valor de resistência elétrica em corrente contínua. Considerou-se a resistência elétrica em corrente contínua como sendo muito próxima ao valor em baixa frequência, que neste trabalho, foi assumido como sendo a frequência de 60 Hz. Os resultados foram obtidos por meio de uma medida do *Solartron*[®], o qual realiza 200 pontos por medida e tem erro de 1%. Os valores médios destes pontos, para cada uma das amostras, encontram-se na Tabela 4.

TABELA 4 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA EM CORRENTE CONTÍNUA PARA AS AMOSTRAS UTILIZADAS.

AWG	Resistência (Ω)
14	0,043
15	0,041
17	0,068
19	0,132
20	0,129
21	0,205
24	0,332
26	0,490
27	0,673
40	15,328

Os valores de resistividade elétrica foram calculados por meio da Equação (7), considerando os diâmetros (Tabela 1) e os comprimentos medidos das amostras (Tabela 2), bem como a resistência elétrica em corrente contínua (Tabela 4). Os valores calculados estão na Tabela 5. Nesta tabela, encontram-se, também, o erro experimental com relação ao valor a literatura [31], que é de $1,7241 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ para uma temperatura de 20 °C.

TABELA 5 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA EM CORRENTE CONTÍNUA DAS AMOSTRAS UTILIZADAS.

Nomenclatura AWG	Resistividade ($\Omega \cdot m$) $\times 10^{-8}$	Erro (%)
14	1,740	0,795
15	1,725	0,053
17	1,739	0,709
19	1,735	0,512
20	1,738	0,673
21	1,723	0,192
24	1,744	1,032
26	1,722	0,281
27	1,742	0,879
40	1,729	0,170

Adotou-se para todas as medições a temperatura ambiente em torno de 20°C. Por meio dos resultados da Tabela 5, pode-se concluir que as amostras possuem um baixo desvio com relação ao valor teórico da resistividade elétrica.

4.2 Microestrutura das amostras

Segundo a Equação (20) (regra de Mathiessen) a deformação mecânica contribui no valor de resistividade elétrica. Assim é conveniente verificar a microestrutura do material, a qual pode ser vista nas Figura 25 e Figura 26, obtidas por meio de análise metalográfica da amostra 15 AWG, na qual foi utilizada um microscópio ótico da marca *Leitz*[®] modelo MM6.

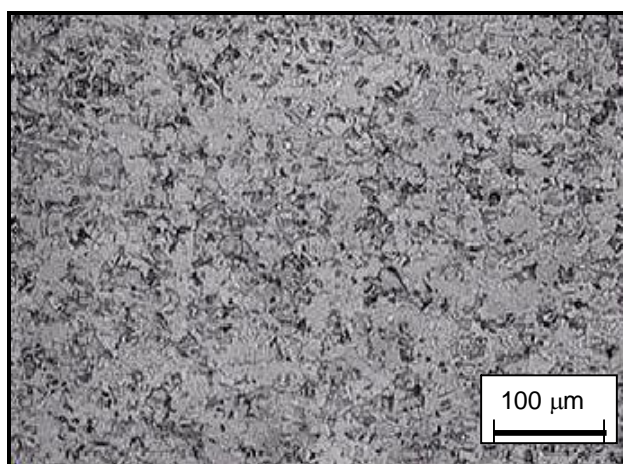


FIGURA 25 – MICROGRAFIA DE UM FIO DE COBRE RECOZIDO (ESCALA DE 100 μm).

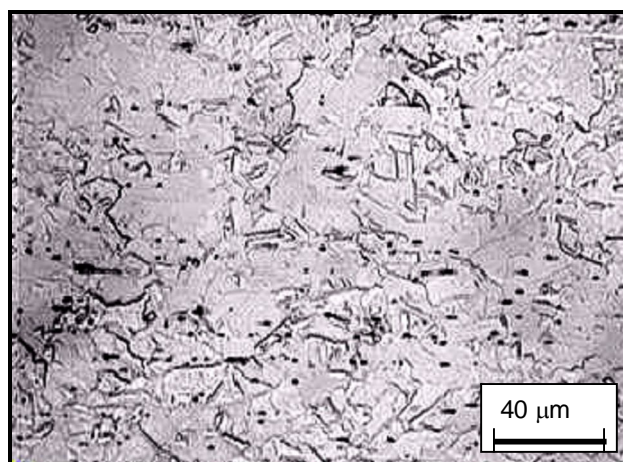


FIGURA 26 – MICROGRAFIA DE UM FIO DE COBRE RECOZIDO (ESCALA DE 40 μm).

Por meio da Figura 25 pode-se afirmar que o material é homogêneo, devido a distribuição uniforme dos grãos. Na Figura 26, pode-se observar que as amostras estudadas apresentam grãos na ordem de 40 μm.

Realizou-se um tratamento térmico (recozimento) para a amostra 15 AWG sob as condições descritas no item 3.7. Os resultados encontrados na espectrometria de impedância, antes e depois deste tratamento, encontram-se na Figura 27.

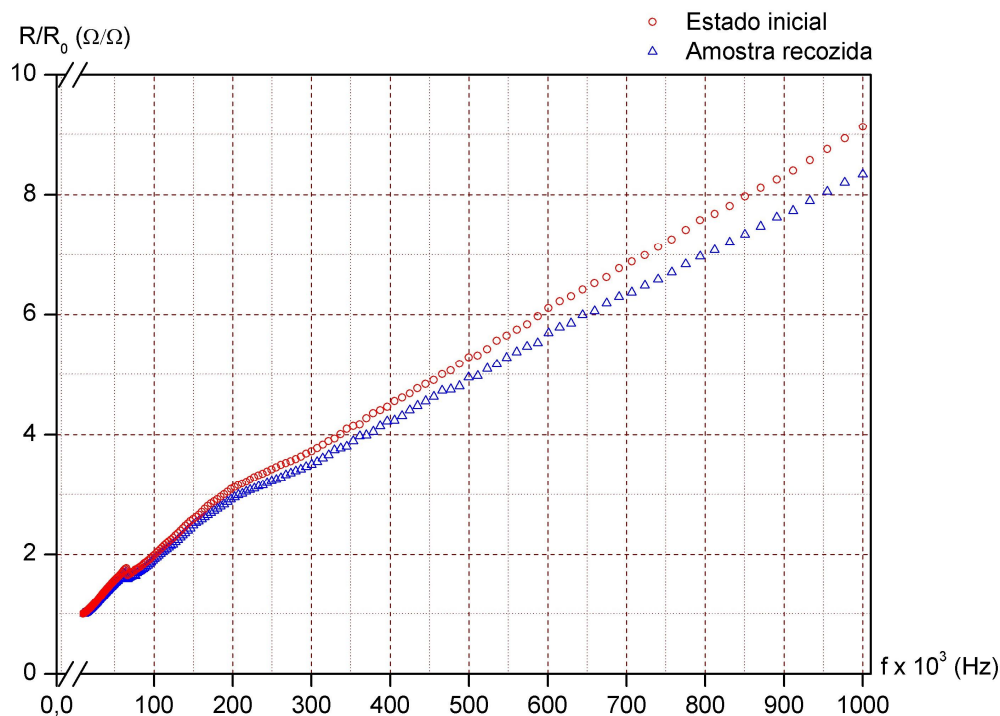


FIGURA 27 –ESPECTROCOSPIA DA AMOSTRA 15 AWG COM E SEM TRATAMENTO TÉRMICO.

No gráfico da Figura 27, nota-se que há uma diminuição no valor da resistência elétrica normalizada para a amostra recozida. Este desvio relativo entre as amostras recozida e sem o tratamento, na frequência de 1 MHz, é de 9,4%. Este resultado é um indicativo da influência das mudanças estruturais internas na resistividade elétrica média do fio de cobre.

4.3 Verificação da simulação do efeito pelicular clássico

4.3.1 Ajuste linear

Para testar a simulação matemática do efeito pelicular clássico, conforme o diagrama da Figura 10, executou-se simulações no *software Mathematica®* para todas as amostras de fio de cobre. Estes resultados para a resistência elétrica e para a reatância indutiva interna, ambas normalizadas, estão apresentados nas Figura 28 e Figura 29, respectivamente.

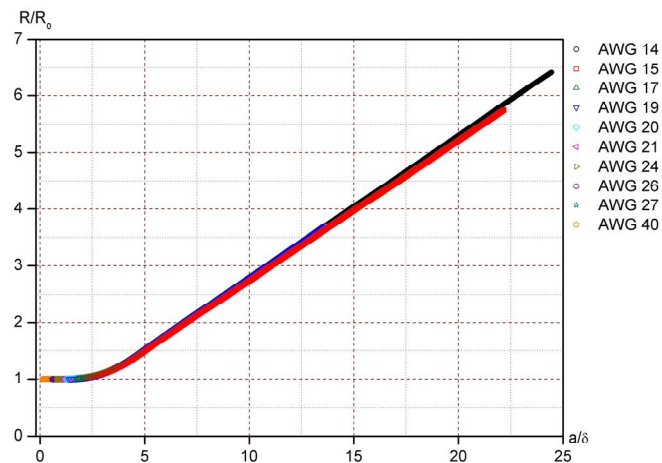


FIGURA 28 – RESISTÊNCIA ELÉTRICA NORMALIZADA SIMULADA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.

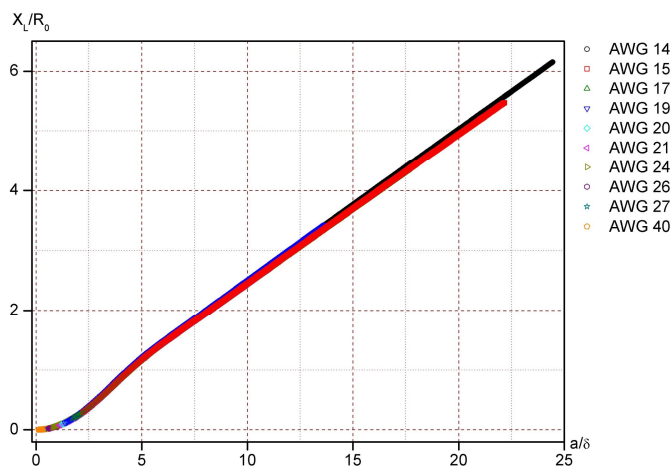


FIGURA 29 – REATÂNCIA INDUTIVA INTERNA NORMALIZADA SIMULADA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.

A regressão linear, considerando a parte assintótica dos gráficos das Figura 28 e Figura 29, para cada uma das amostras, foi realizada pelo *software Origin*[®], o qual utiliza o método estatístico dos mínimos quadrados. Comparando estes resultados com as Equação (60) e Equação (61), obtém-se os coeficientes angulares e lineares de cada reta, os quais estão na Tabela 6. Nesta Tabela 6 é mostrado, também, o coeficiente de correlação linear (CR).

TABELA 6 – AJUSTES LINEARES DA SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.

AWG	R/R_0			X_L/R_0		
	m_1	k_1	CR	m_2	k_2	CR
14	0,5	0,252	1	0,5	0,0015	1
15	0,5	0,252	1	0,5	0,0016	1
17	0,5	0,253	1	0,5	0,0021	1
19	0,5	0,253	1	0,5	0,0027	1
20	0,5	0,253	1	0,5	0,0027	1
21	0,5	0,253	1	0,5	0,003	1
24	0,5	0,254	1	0,5	0,0025	1
26	0,5	0,256	1	0,5	0,007	1
27	0,5	0,257	1	0,5	0,007	1
40	0,498	0,284	1	0,502	0,045	1

Comparando-se os valores encontrados com os valores teóricos das Equação (62) a Equação (65), conclui-se que a simulação realizada do efeito pelicular clássico é condizente com esta teoria. Os valores da Tabela 6 indicam que a simulação realizada pelo *software Mathematica*[®] está correta, segundo a teoria do efeito pelicular clássico.

4.3.2 Profundidade pelicular

A profundidade pelicular na modelagem clássica não depende do diâmetro da amostra, conforme consta na Equação (21), devendo portanto ser a mesma para todos os diâmetros, como mostrado na Figura 30.

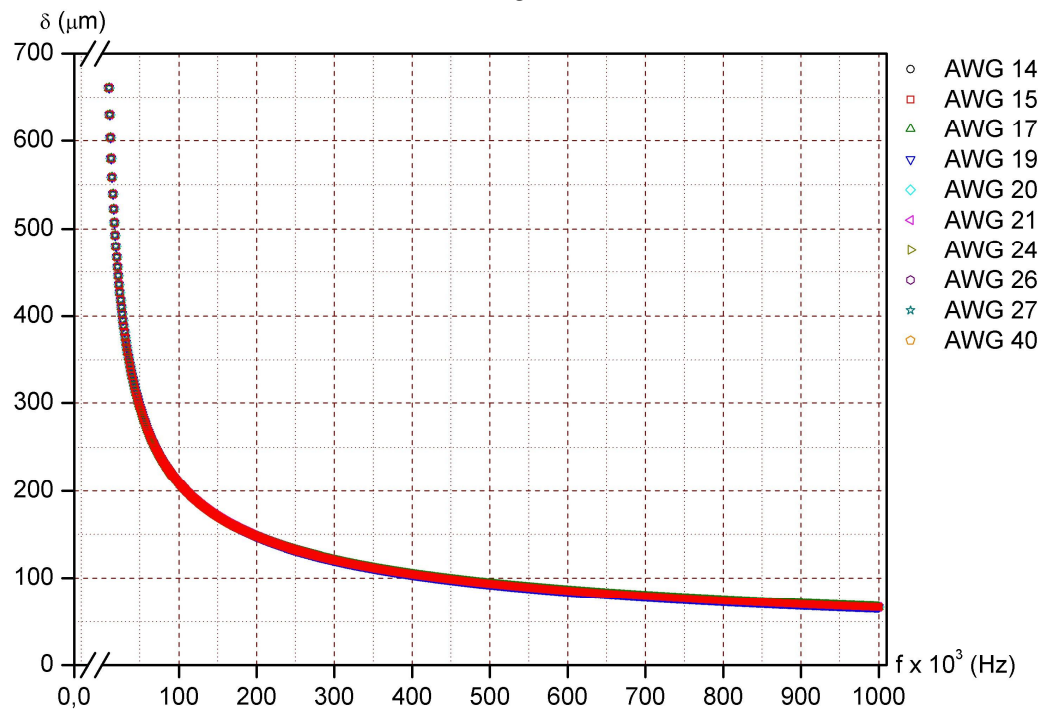


FIGURA 30 – PROFUNDIDADE PELICULAR EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA PARA O EFEITO PELICULAR CLÁSSICO.

A Figura 30 mostra que a profundidade pelicular se encontra na ordem de 200 μm para valores acima de 100 kHz.

4.4 Estimativa de erro experimental

Para estimar o valor do desvio experimental para a resistência elétrica, foi considerada a amostra 40 AWG, onde R/R_0 é aproximadamente 1 para toda a faixa de frequência (Figura 14 (a)). Na Figura 31 estão representadas as medidas variando a faixa de medição da resistência elétrica. Isso foi possível variando o comprimento da amostra (Equação (7)), visando a resistência elétrica na ordem das amostras AWG.

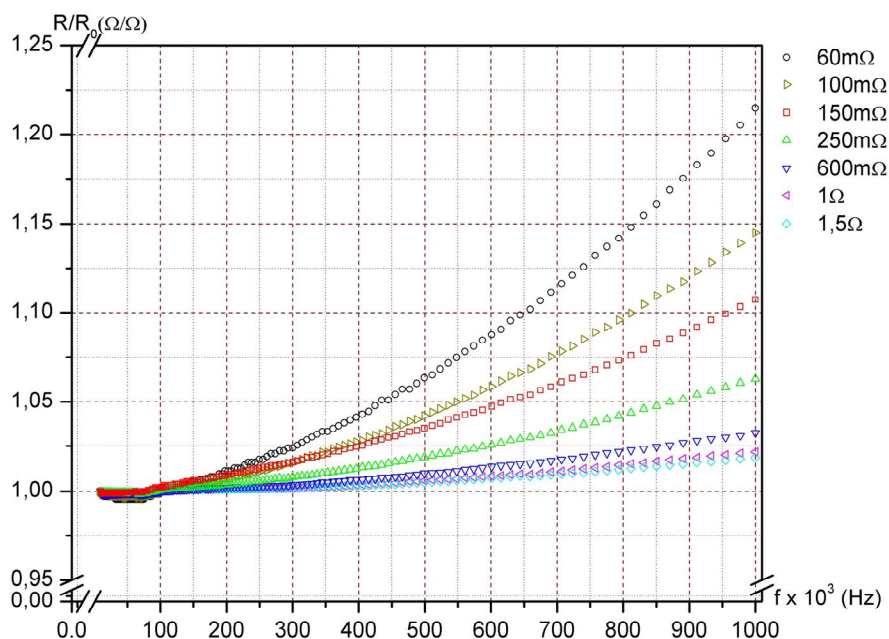


FIGURA 31 – EFEITO RESISTIVO NO FIO 40 AWG, VARIANDO O COMPRIMENTO.

Na Figura 31 observa-se que os resultados variam de $60\text{ m}\Omega$ para o comprimento de 2 cm até $1,5\text{ }\Omega$ para o comprimento de 50 cm. Assim optou-se por adotar como valor para desvio na resistência elétrica normalizada a diferença encontrada entre estes valores extremos. Esse valor será utilizado como estimativa do erro experimental para a resistência elétrica normalizada.

Para estimar o valor do desvio experimental para a reatância indutiva, foi feito o desvio padrão das medidas de indutância, multiplicado por dois e aplicado na Equação (24).

4.5 Espectrometria de impedância

As medidas de espectrometria de impedância foram realizadas utilizando um analisador de impedância, por meio do método das quatro pontas. Nas Figura 32 a Figura 41 são mostrados as medidas de resistência elétrica, em (a), as medidas de indutância total, em (b), para cada amostras. Nas Figura 32 a Figura 41 estão a média aritmética simples entre as medidas e o respectivo desvio padrão da média (barra de erros), representados na cor magenta.

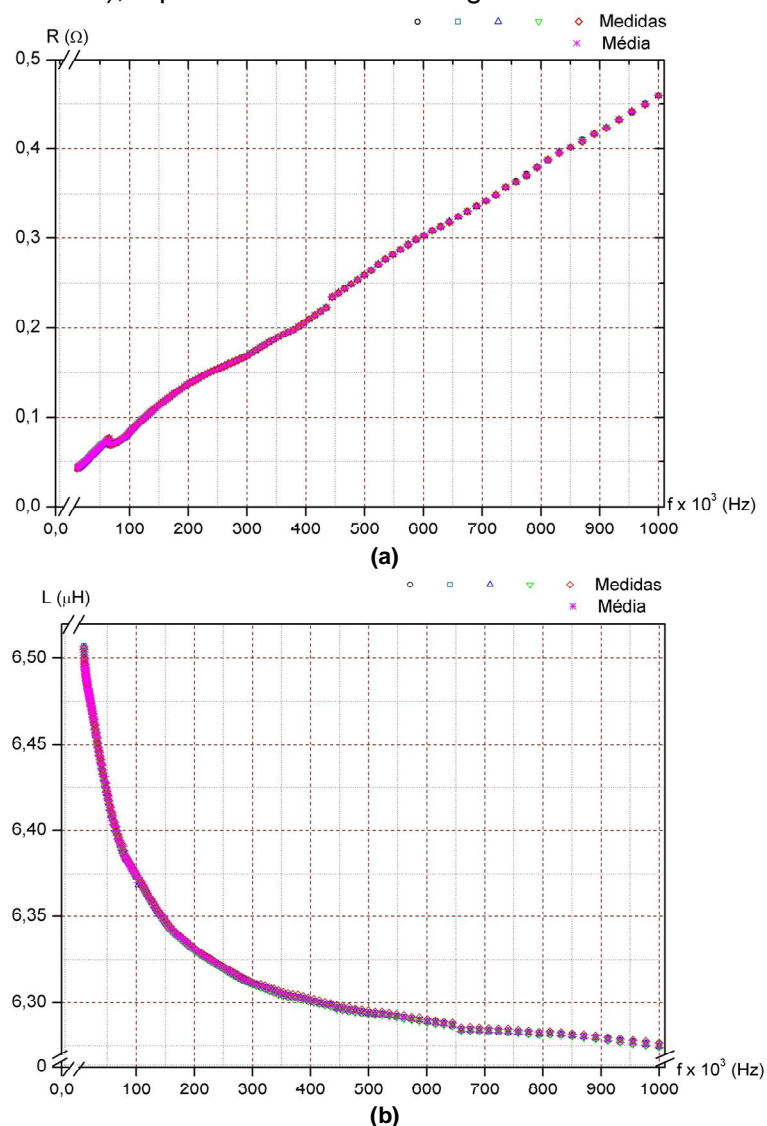


FIGURA 32 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 14 AWG.

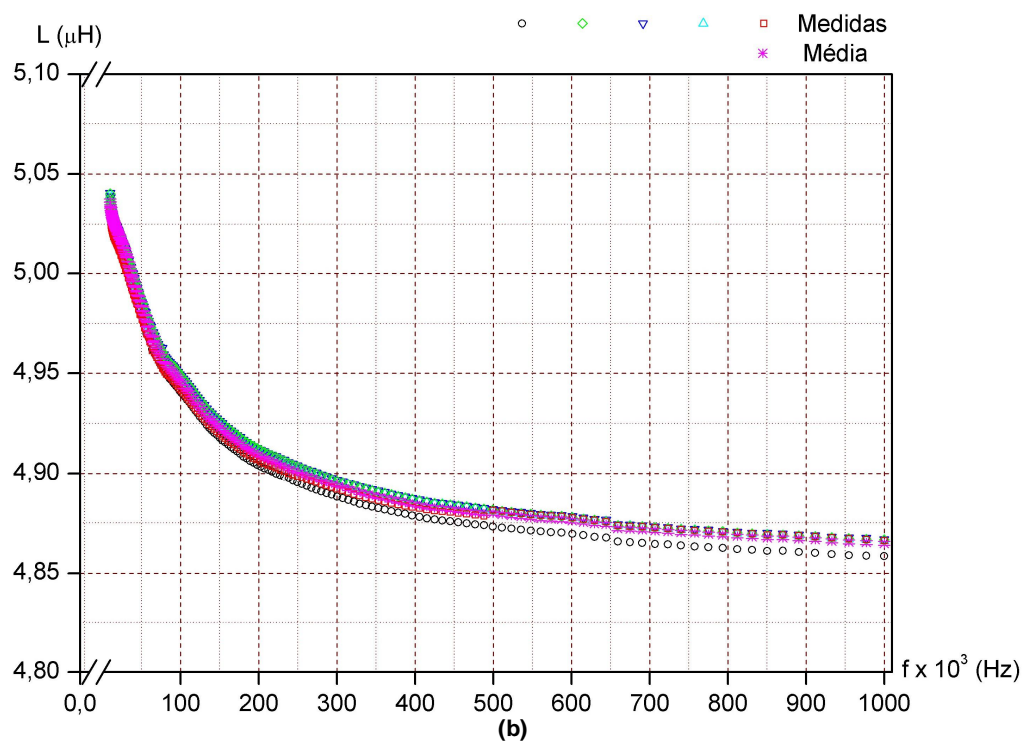
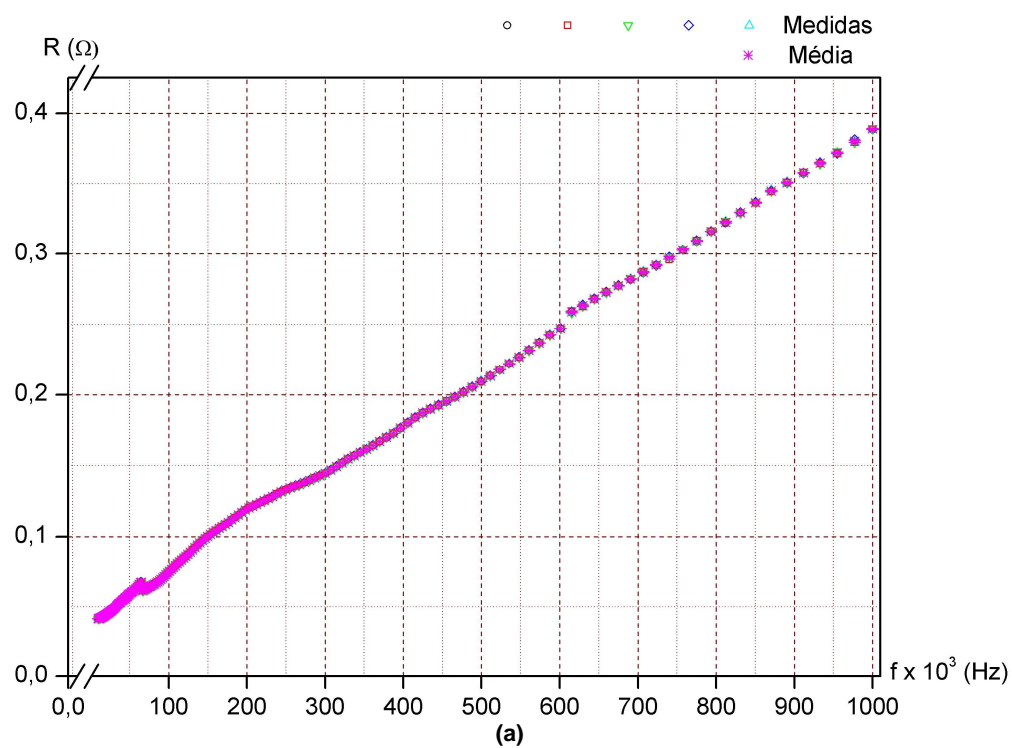


FIGURA 33 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 15 AWG.

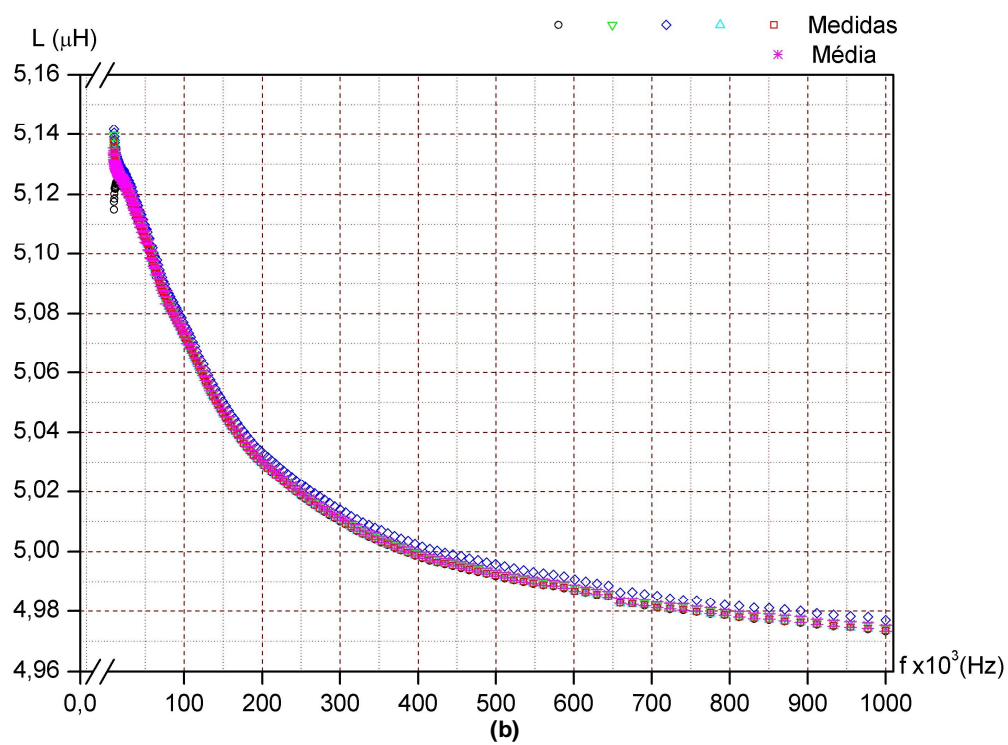
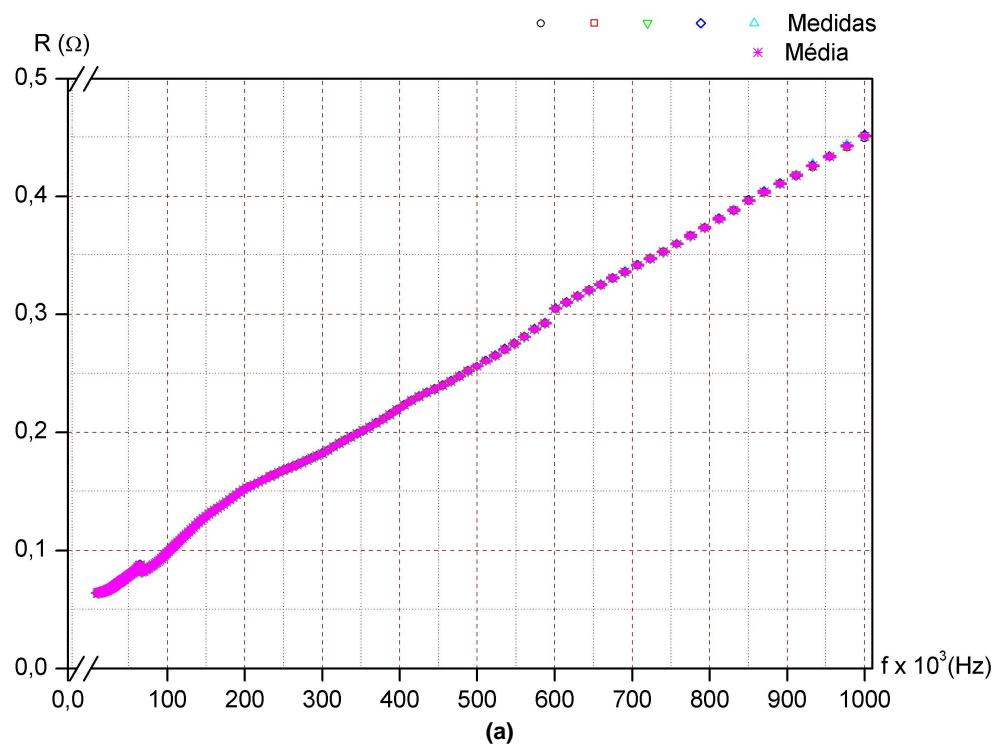


FIGURA 34 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 17 AWG.

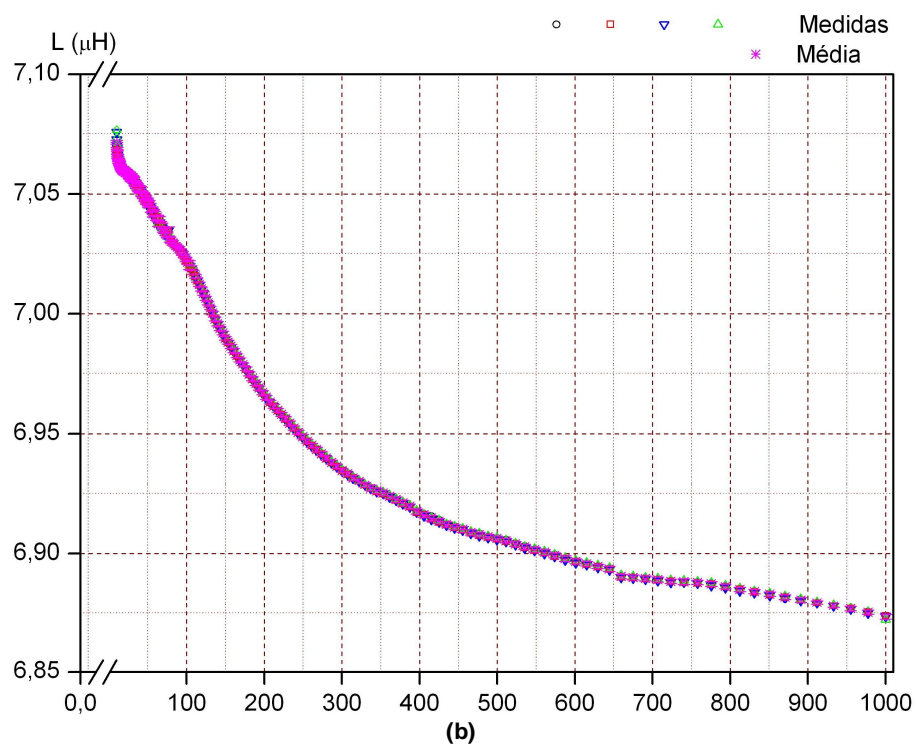
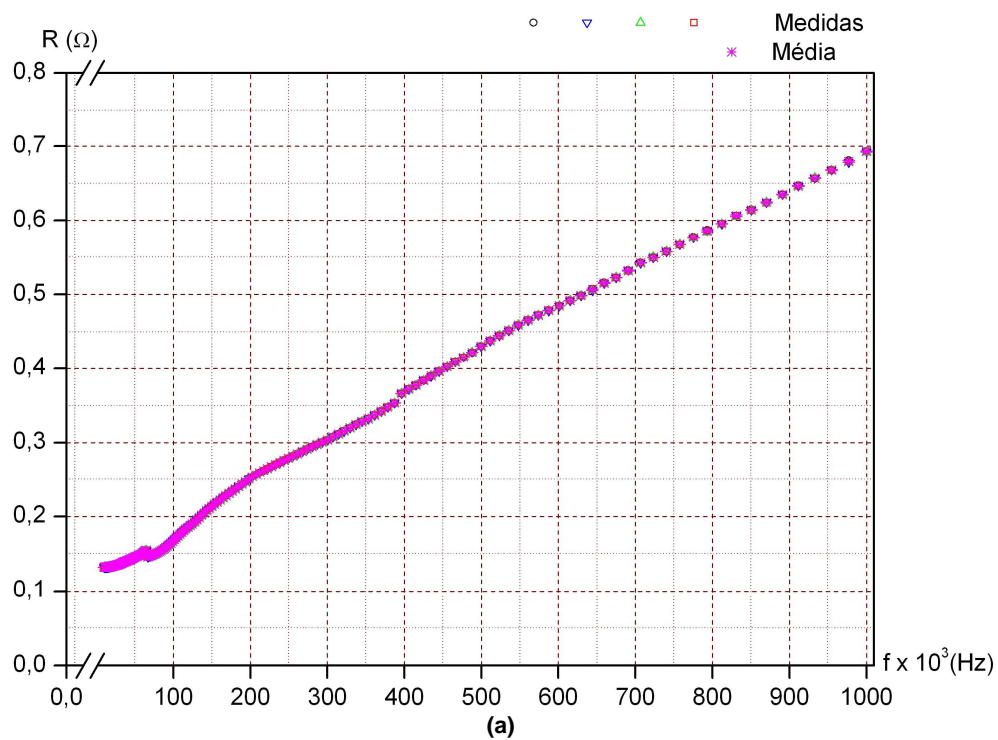


FIGURA 35 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 19 AWG.

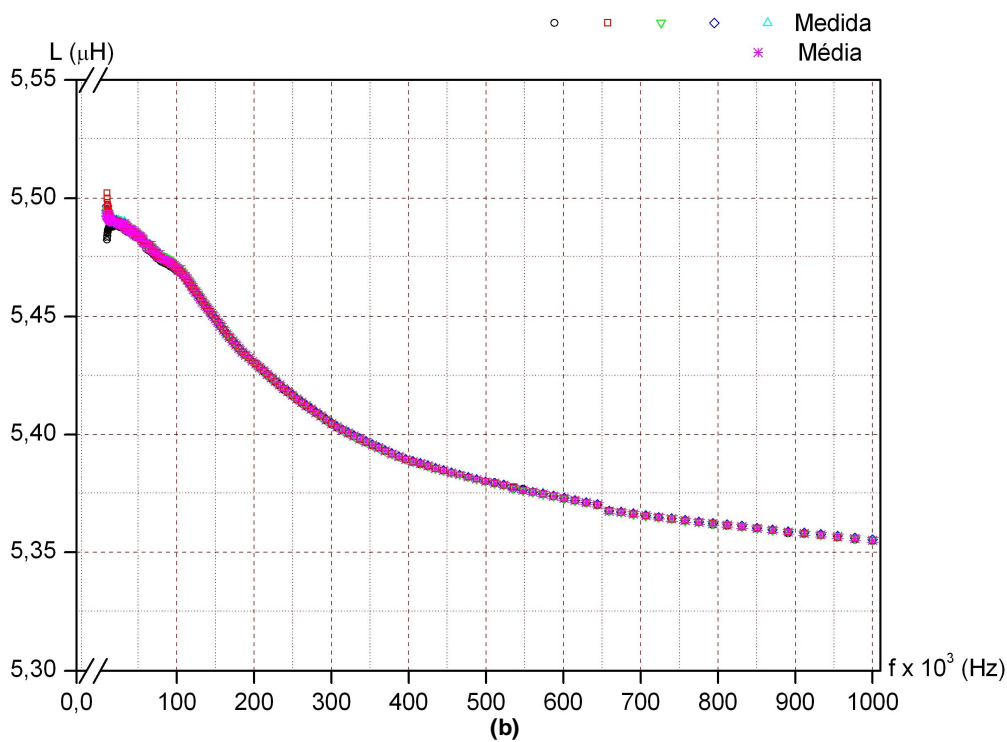
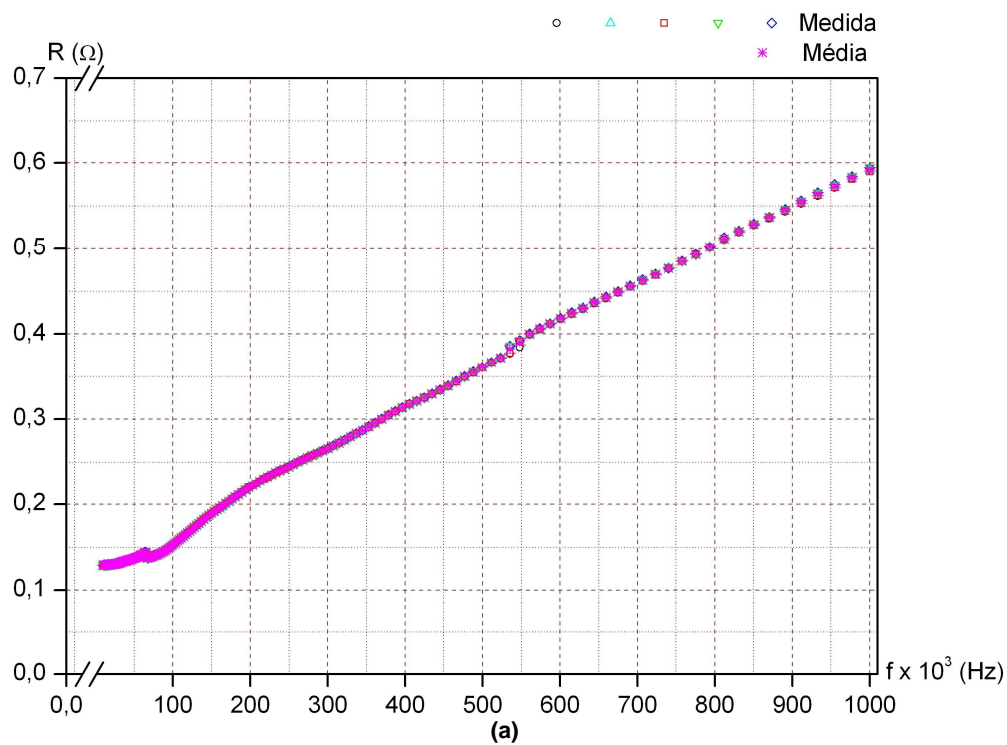


FIGURA 36 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 20 AWG.

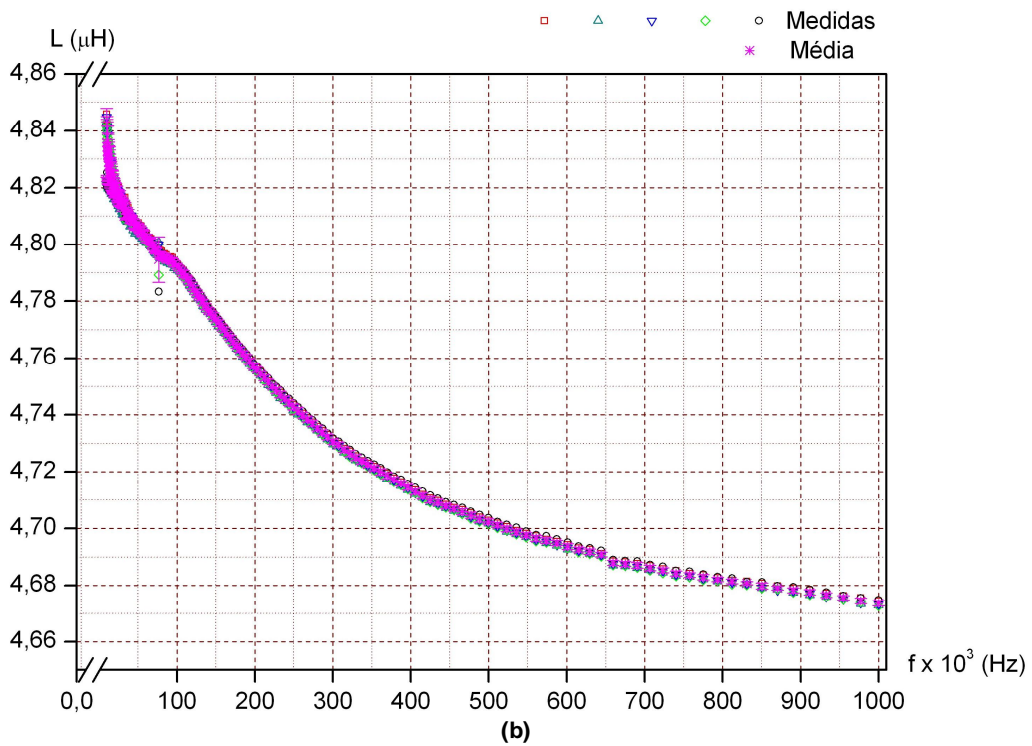
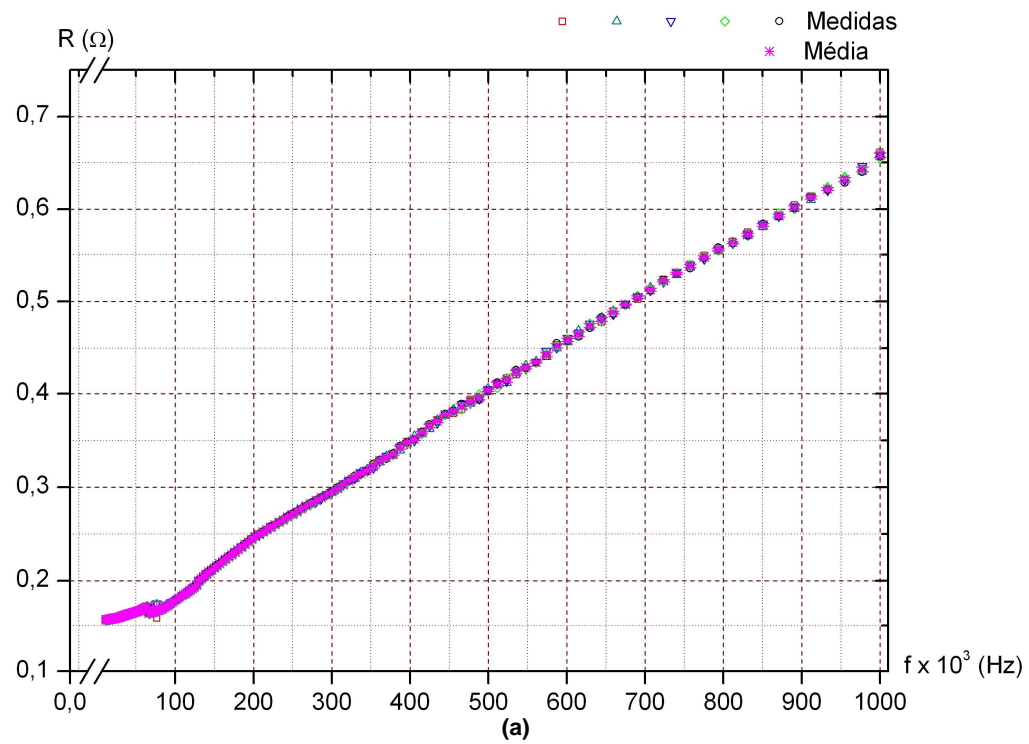


FIGURA 37 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 21 AWG.

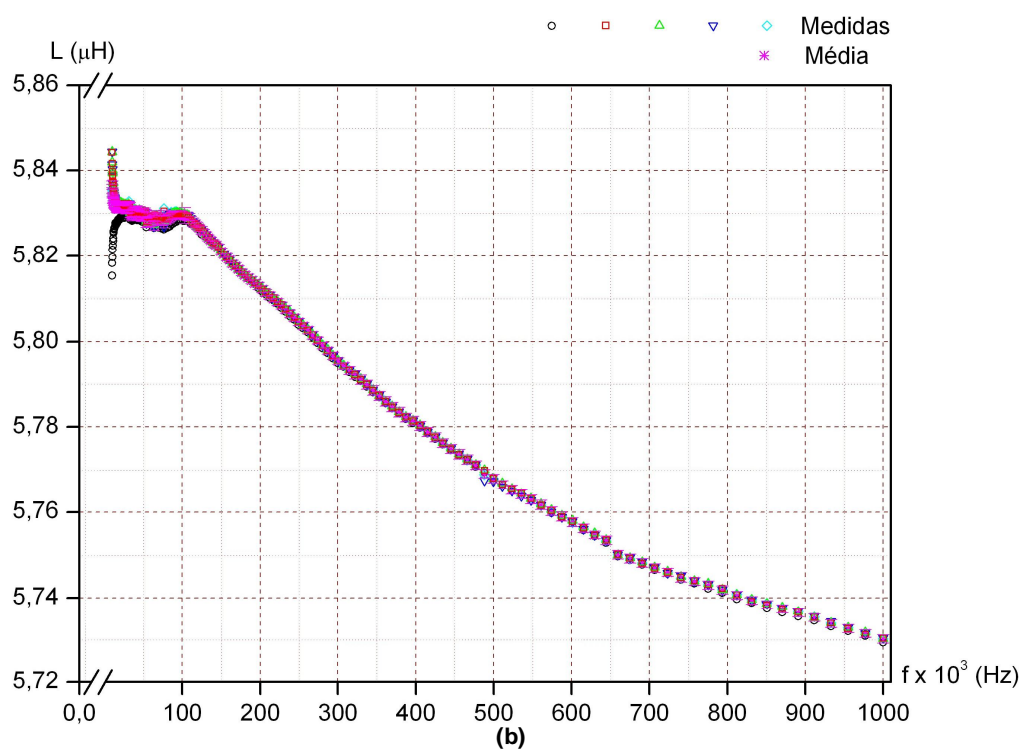
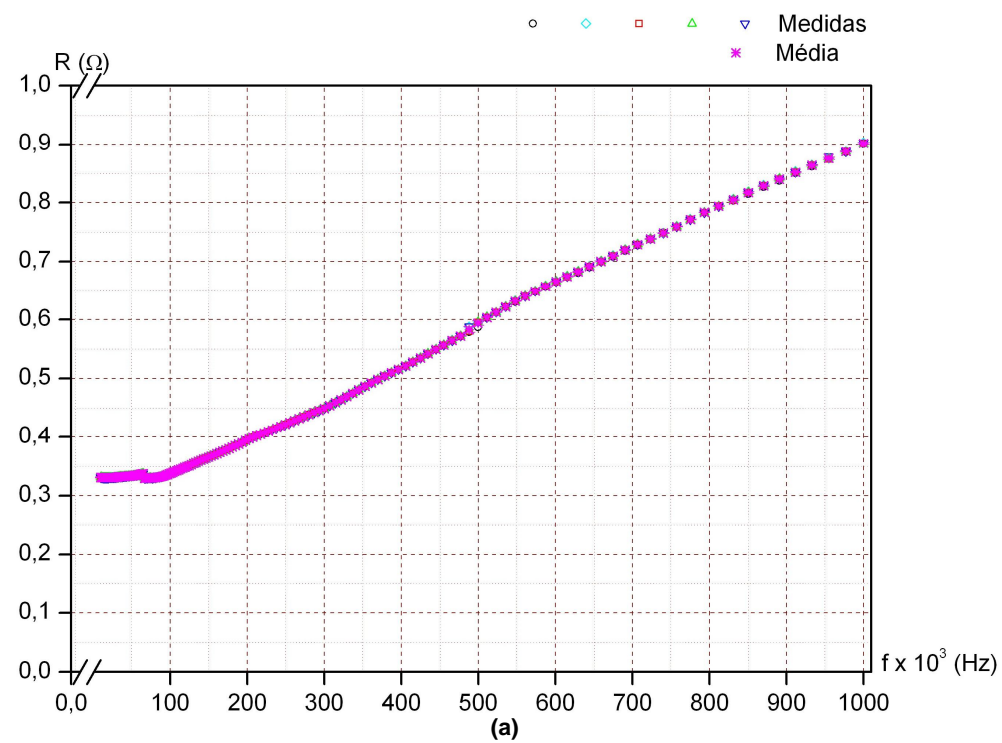


FIGURA 38 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 24 AWG.

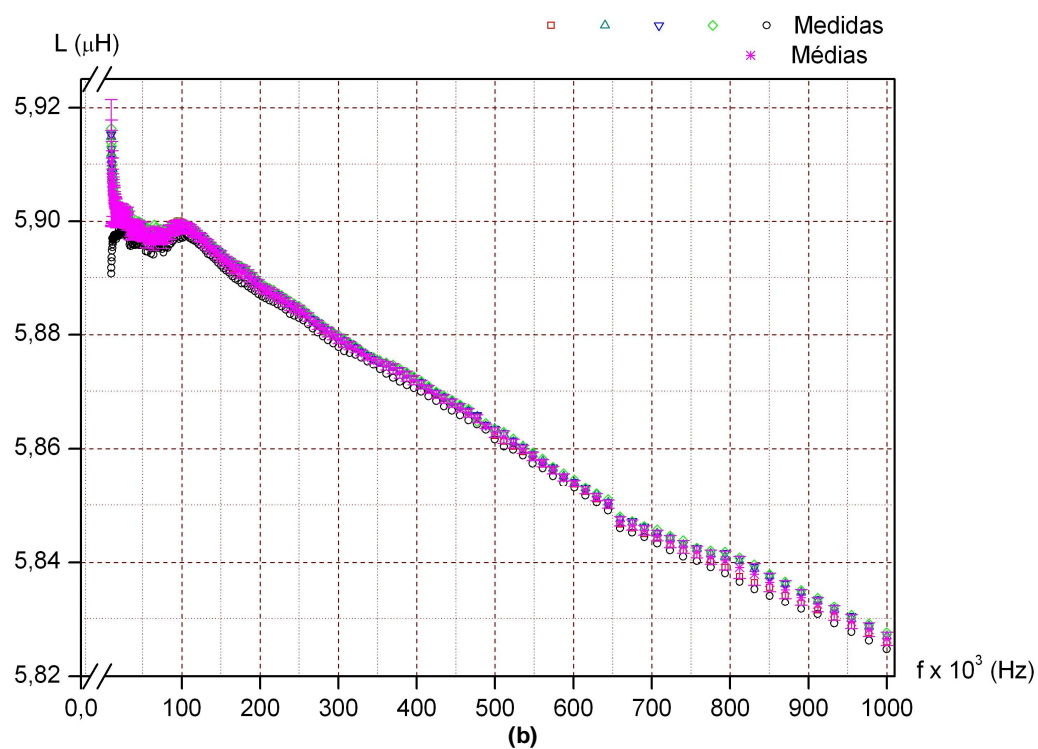
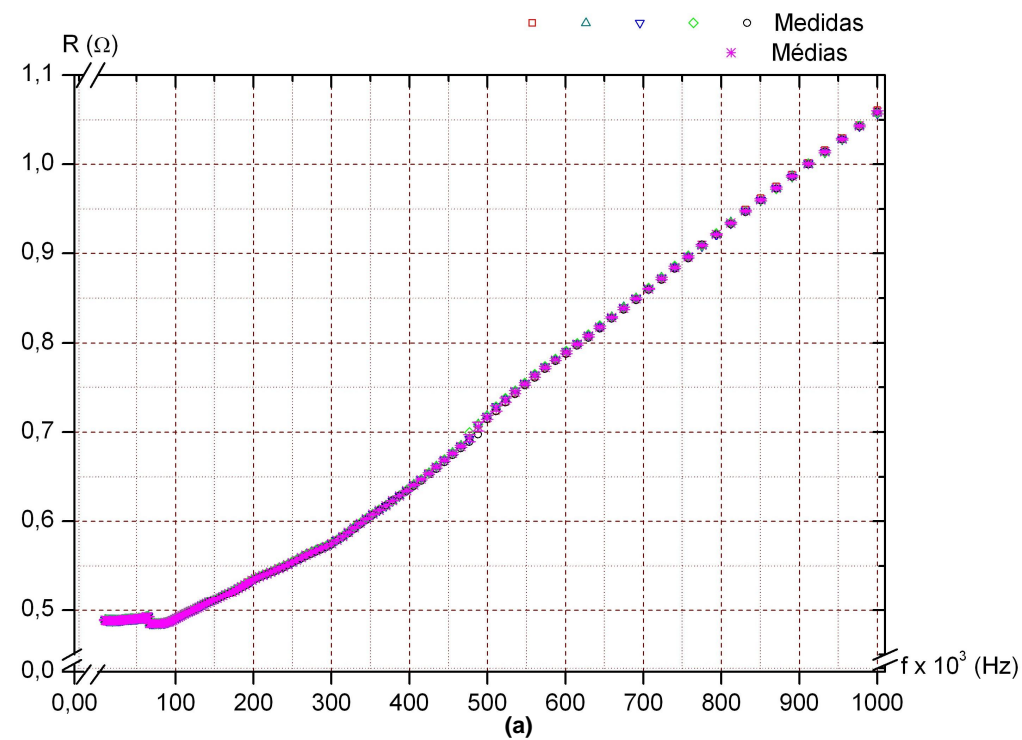


FIGURA 39 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 26 AWG.

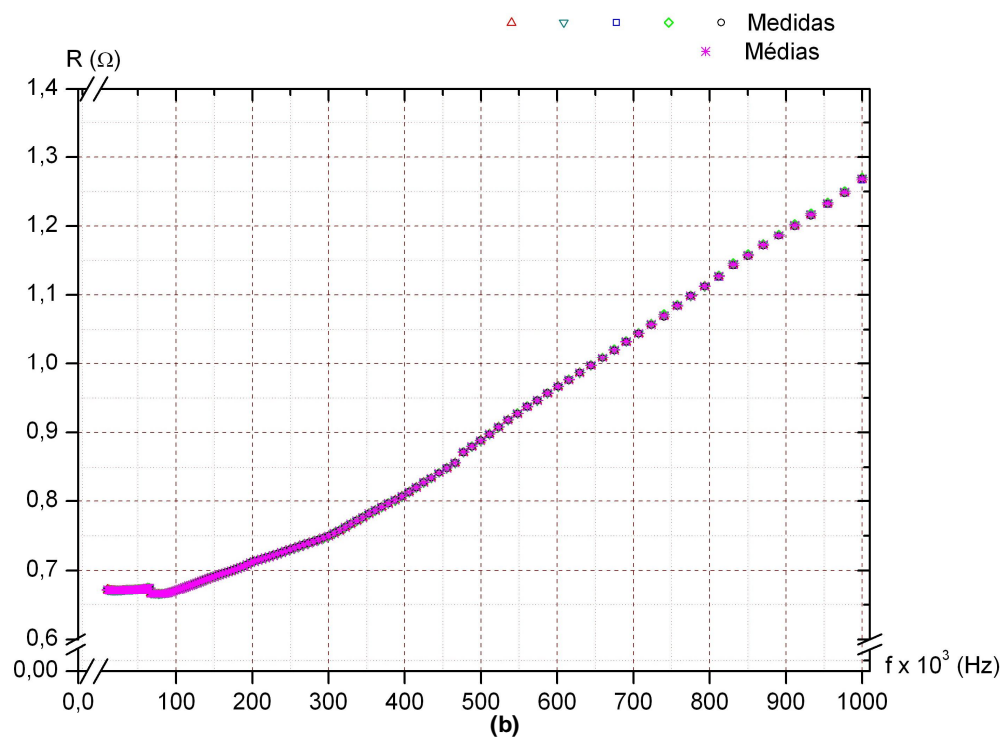
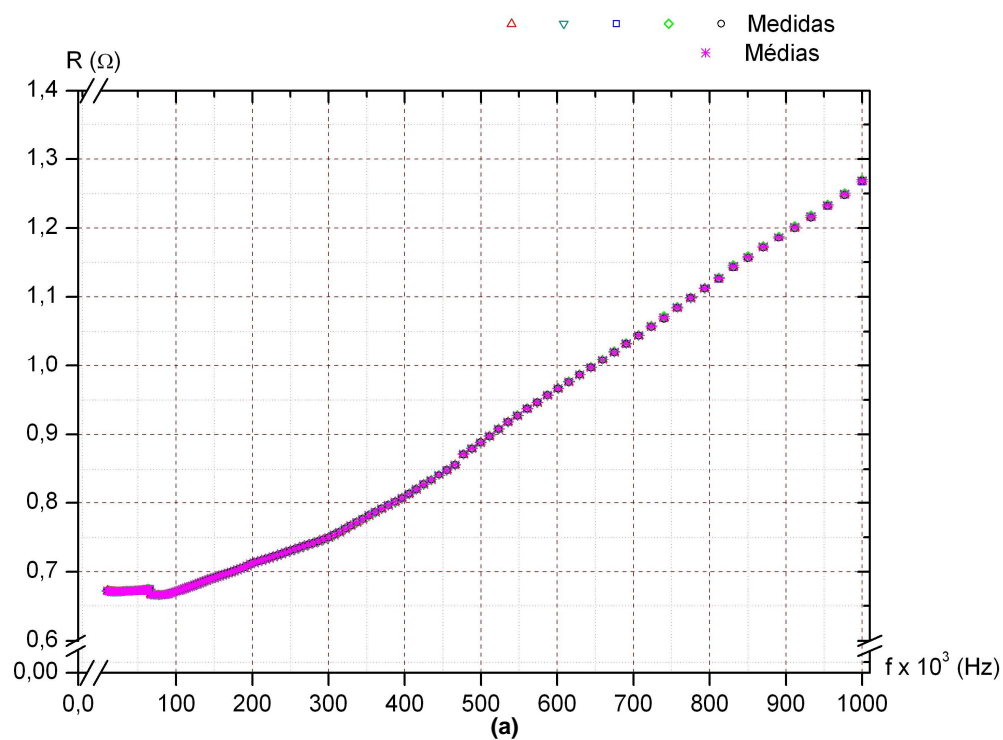


FIGURA 40 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 27 AWG.

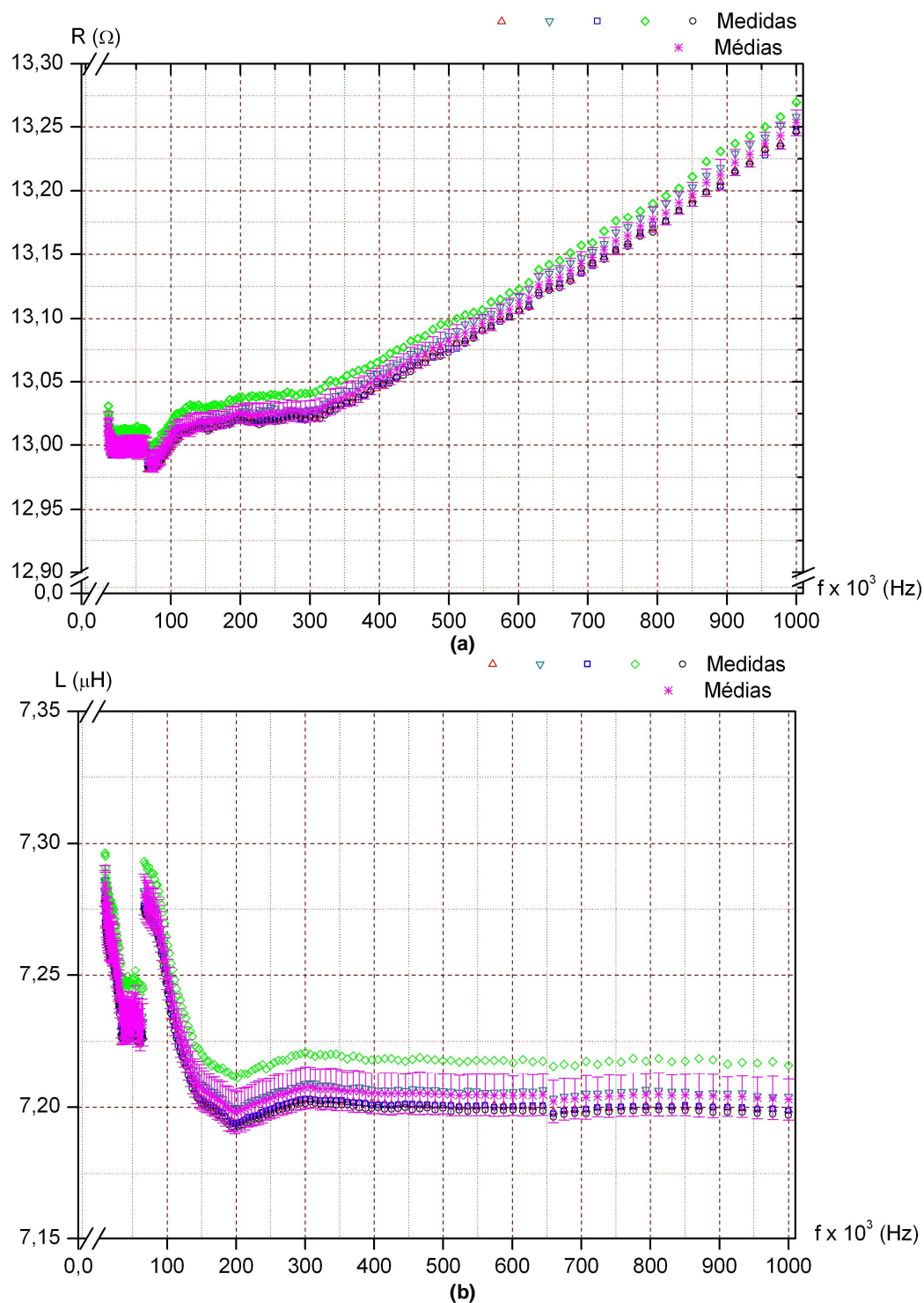


FIGURA 41 – MEDIDAS DE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E INDUTÂNCIA TOTAL OBTIDAS PARA A AMOSTRA 40 AWG.

Nos gráficos das Figura 32 a Figura 41, mostra-se uma boa repetibilidade entre as medidas. Nas Figura 32 a Figura 41 (a) confirma-se que a resistência elétrica aumenta com a frequência. Este efeito é causado pelo decréscimo da área de condução como mostrado na Equação (67). Nas Figura 32 a Figura 41 (b) a indutância total diminui devido a indutância interna estar diminuindo. Nestas Figuras, ainda, nota-se alguns degraus nas medidas, sendo esta justificada pela mudança de escala interna do instrumento. Nas Figura 40 (b), Figura 41 (a) e Figura 41 (b) há um maior desvio entre as medidas, sendo este atribuído a maior impedância total destas amostras, gerando um erro maior na medida do instrumento [51].

4.6 Indutância externa

Nos gráficos das Figura 42 a Figura 51, tem-se a indutância total (linha preta), a indutância interna simulada no *software Mathematica*[®] (linha vermelha), a indutância externa obtida da subtração da indutância total pela indutância interna (linha azul) e a indutância externa ajustada (linha verde), obtida por cálculo numérico descrito no item 3.3.

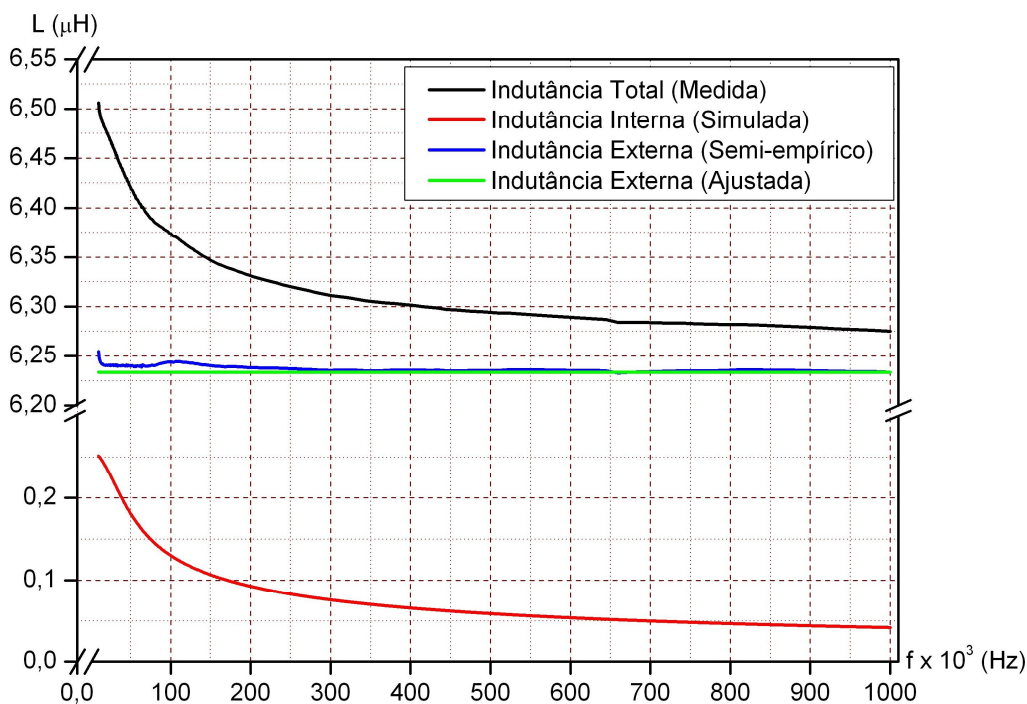


FIGURA 42 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 14 AWG.

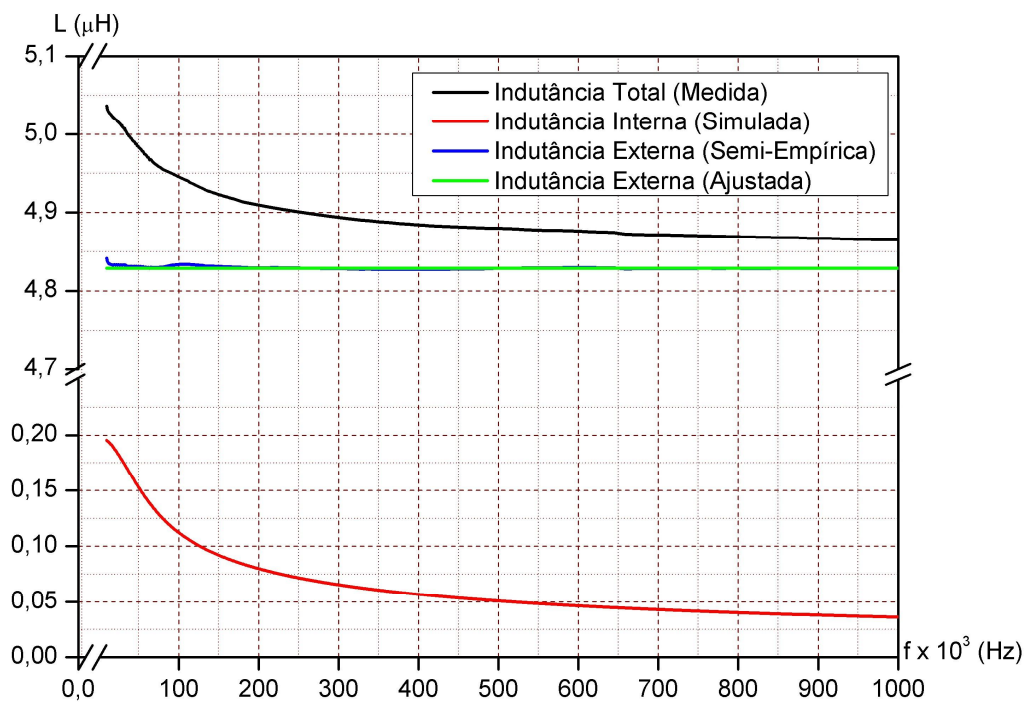


FIGURA 43 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 15 AWG.

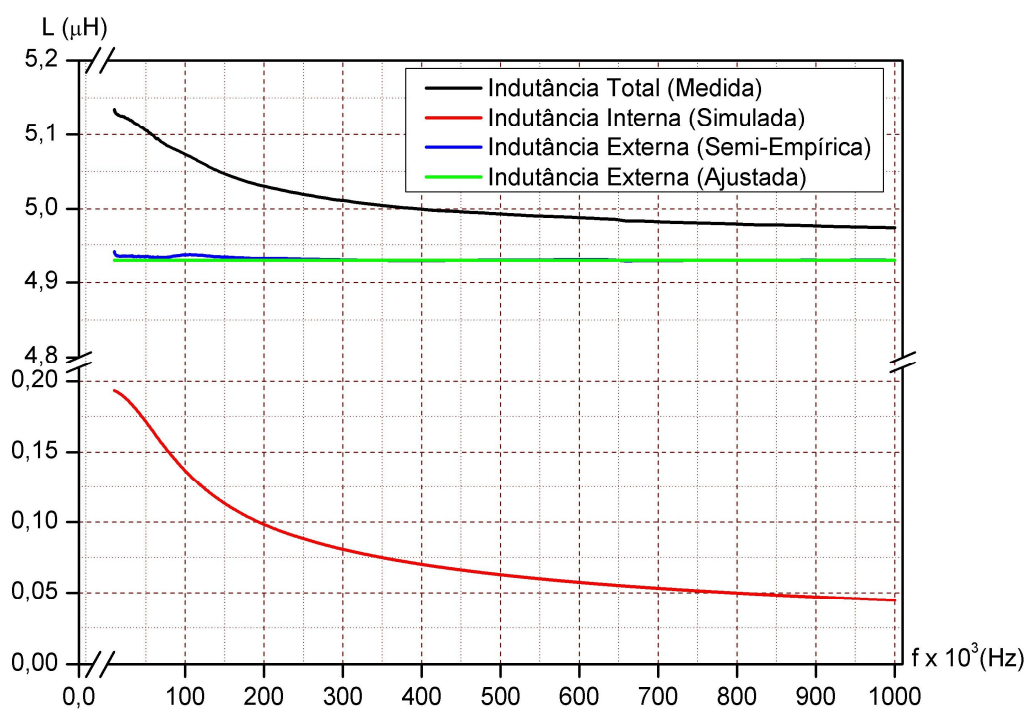


FIGURA 44 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 17 AWG.

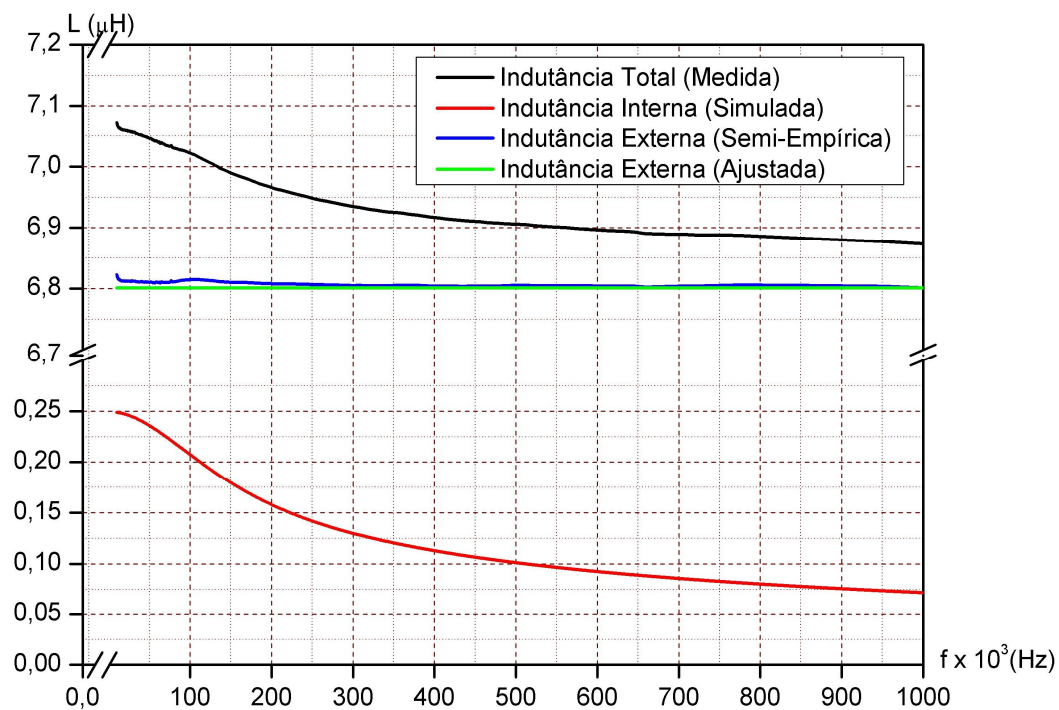


FIGURA 45 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 19 AWG.

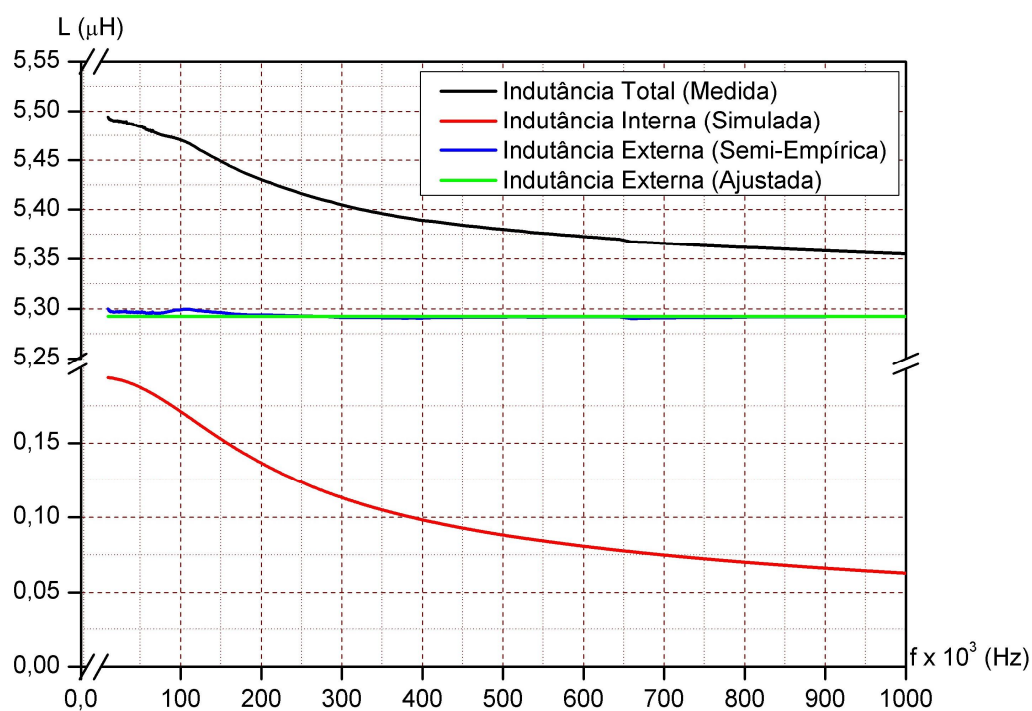


FIGURA 46 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 20 AWG.

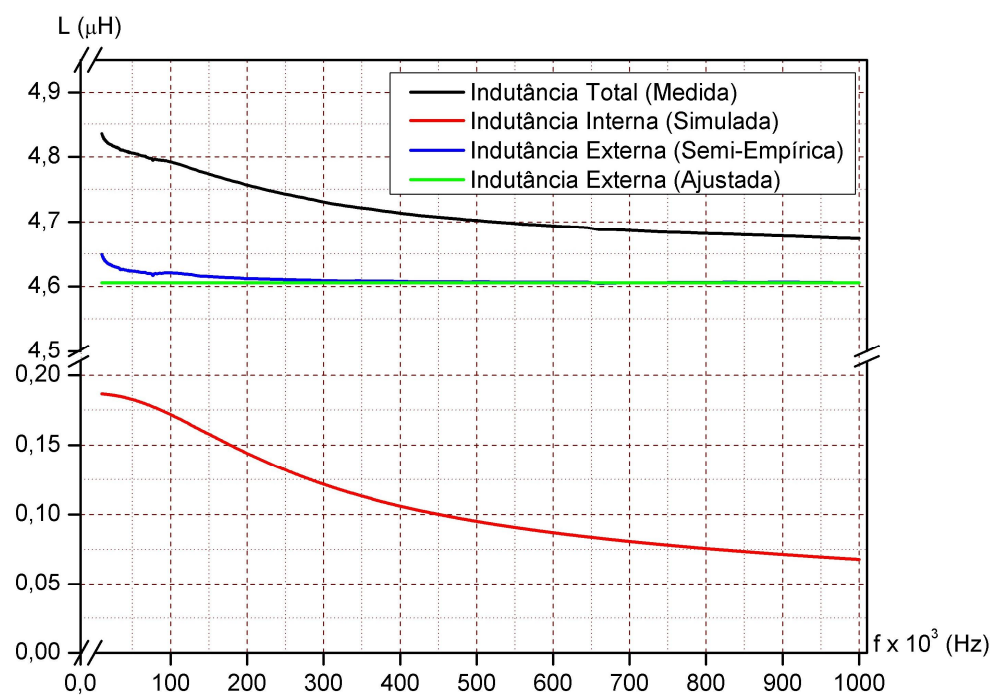


FIGURA 47 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 21 AWG.

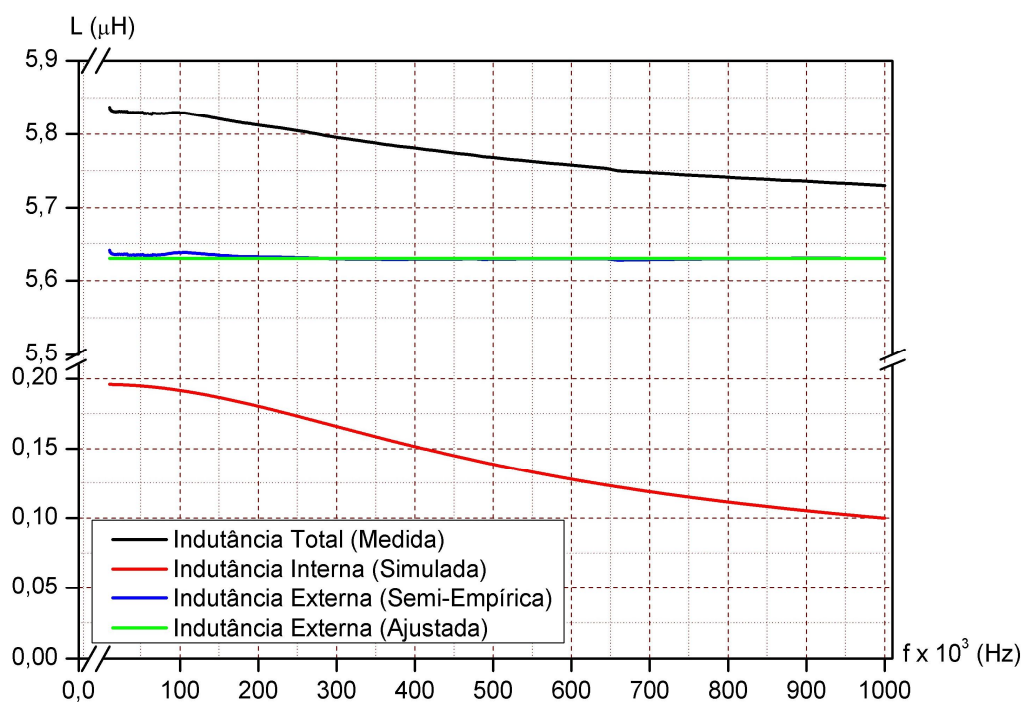


FIGURA 48 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 24 AWG.

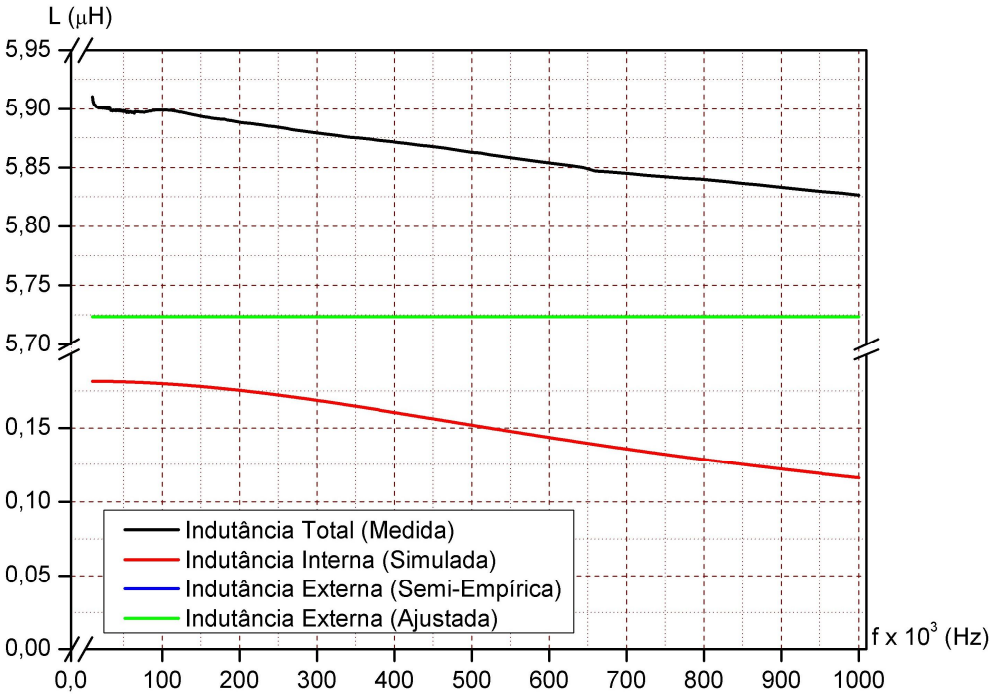


FIGURA 49 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 26 AWG.

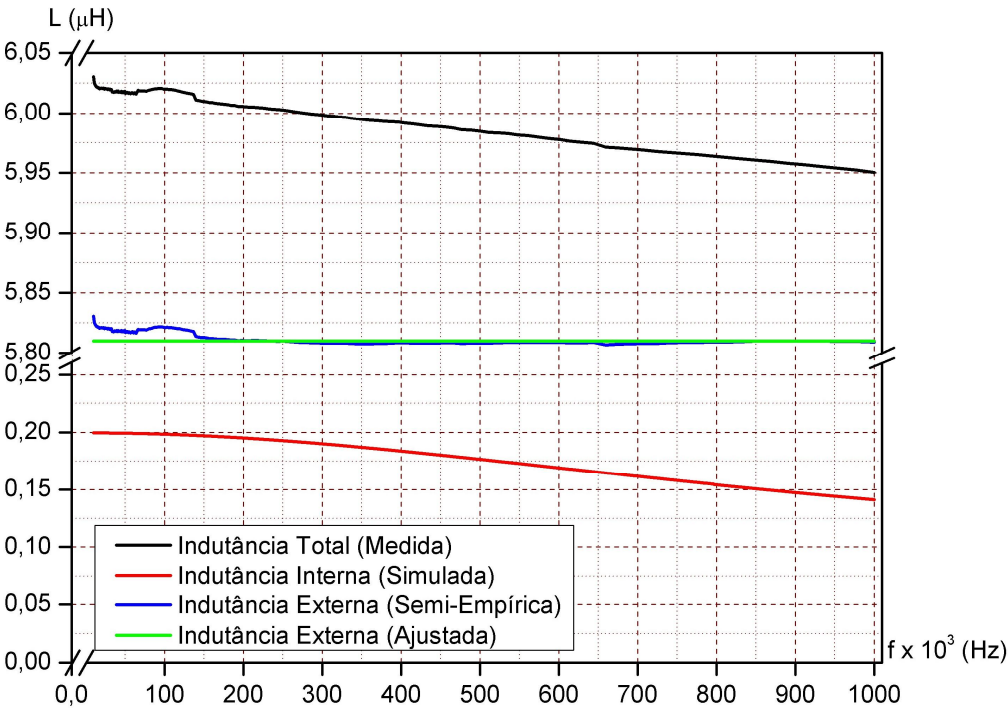


FIGURA 50 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 27 AWG.

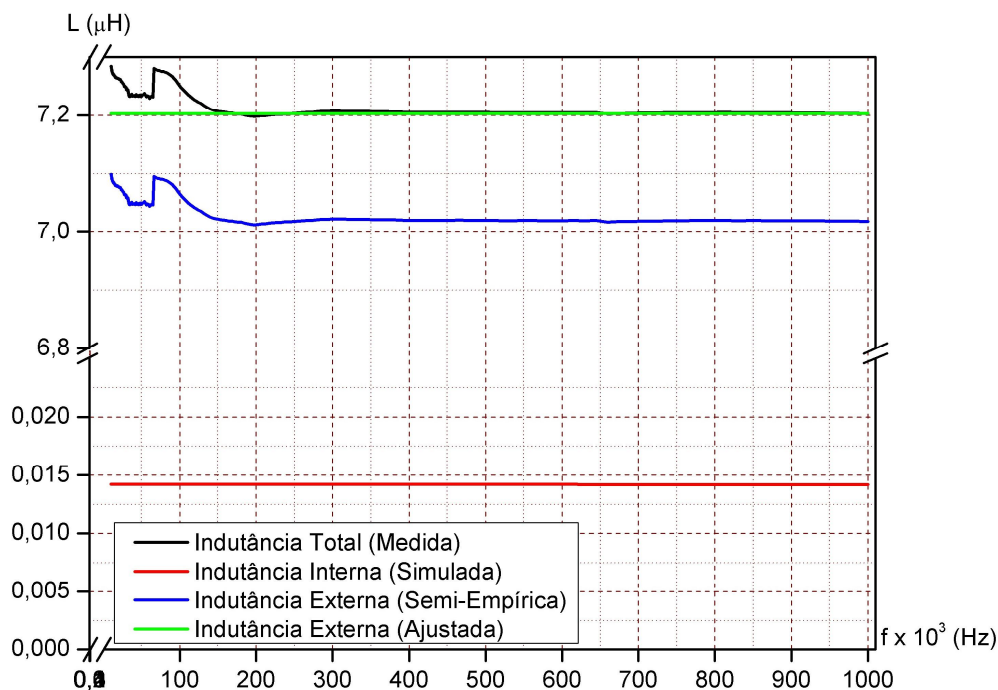


FIGURA 51 – INDUTÂNCIAS INTERNA, EXTERNA E TOTAL PARA O FIO 40 AWG.

Pelos gráficos das Figura 42 a Figura 51, pode-se notar que os valores do método semi-empírico com o valor ajustado possuem uma boa concordância. Esta conclusão é possível devido ao valor ajustado estar na faixa do valor semi-empírico. Assim sendo, adotou-se este valor ajustado como sendo o valor da indutância externa das amostras.

4.7 Efeito pelicular clássico

Os valores médios de resistência elétrica e indutância total obtidos nas Figura 32 a Figura 41 foram utilizados para obter a resistência elétrica normalizada e reatância indutiva interna pela Equação (24) normalizada, utilizando os valores da indutância externa ajustada das Figura 42 a Figura 51 e da resistência elétrica em corrente contínua da Tabela 4. Estes resultados foram comparados com a simulação do efeito pelicular clássico, sendo expressos de forma gráfica nas Figura 52 à Figura 61.

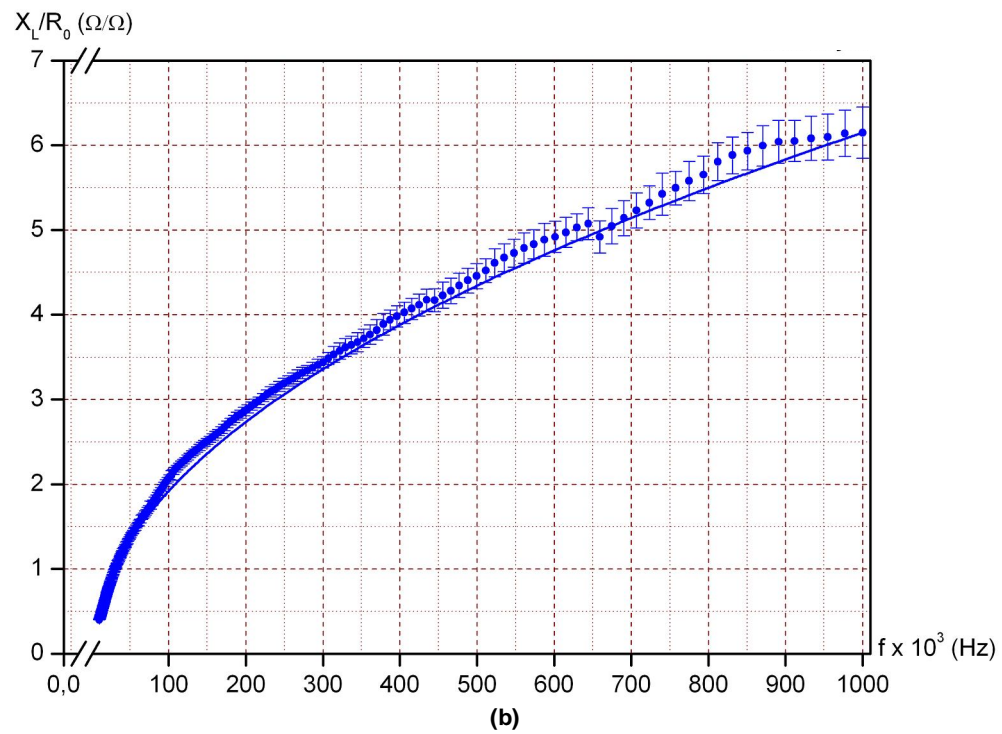
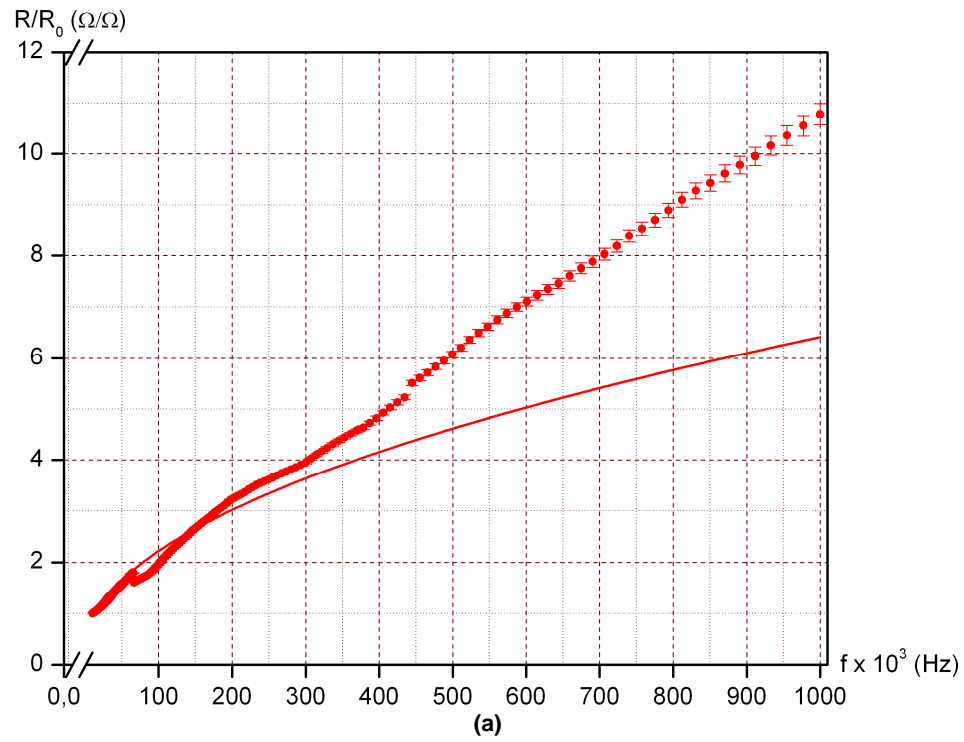


FIGURA 52 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 14 AWG.

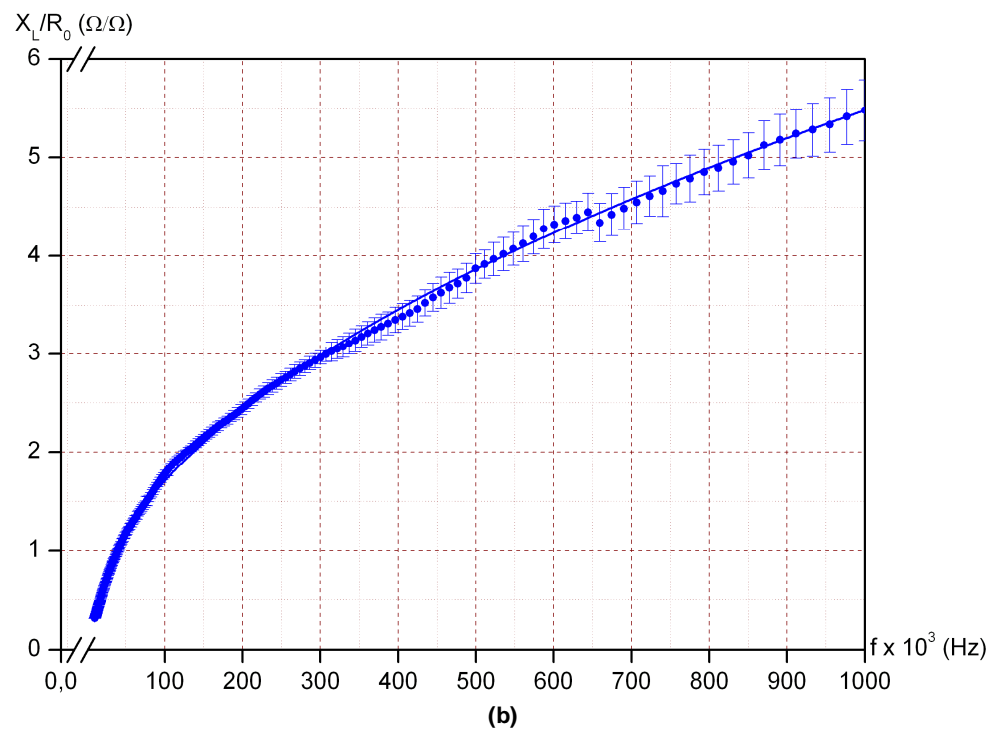
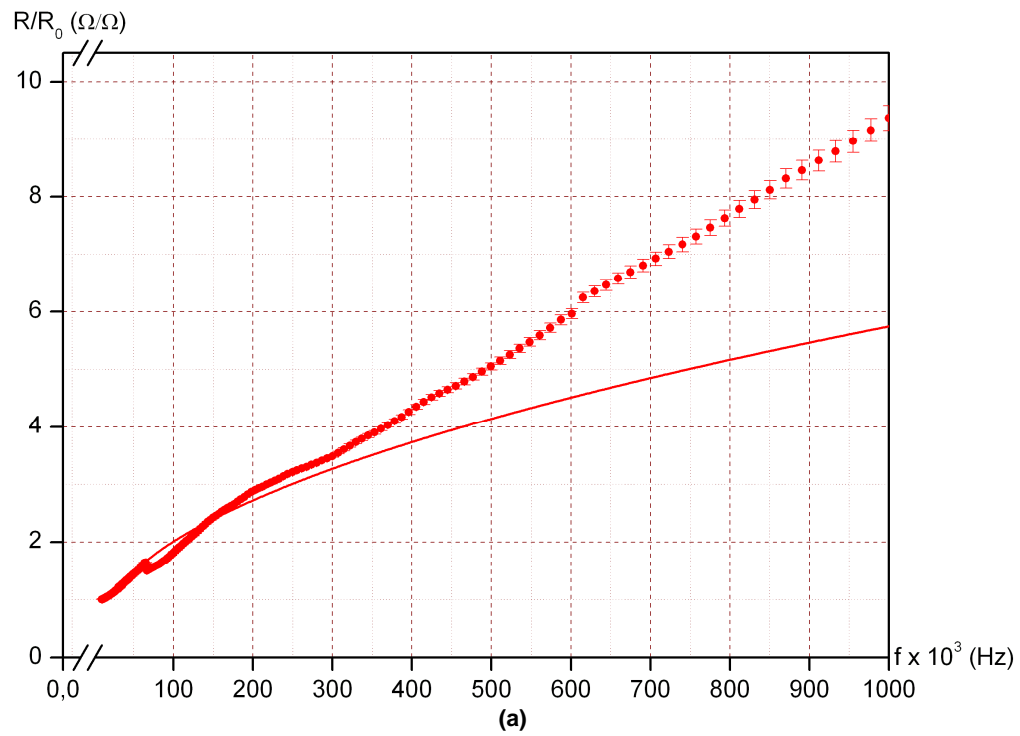


FIGURA 53 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 15 AWG.

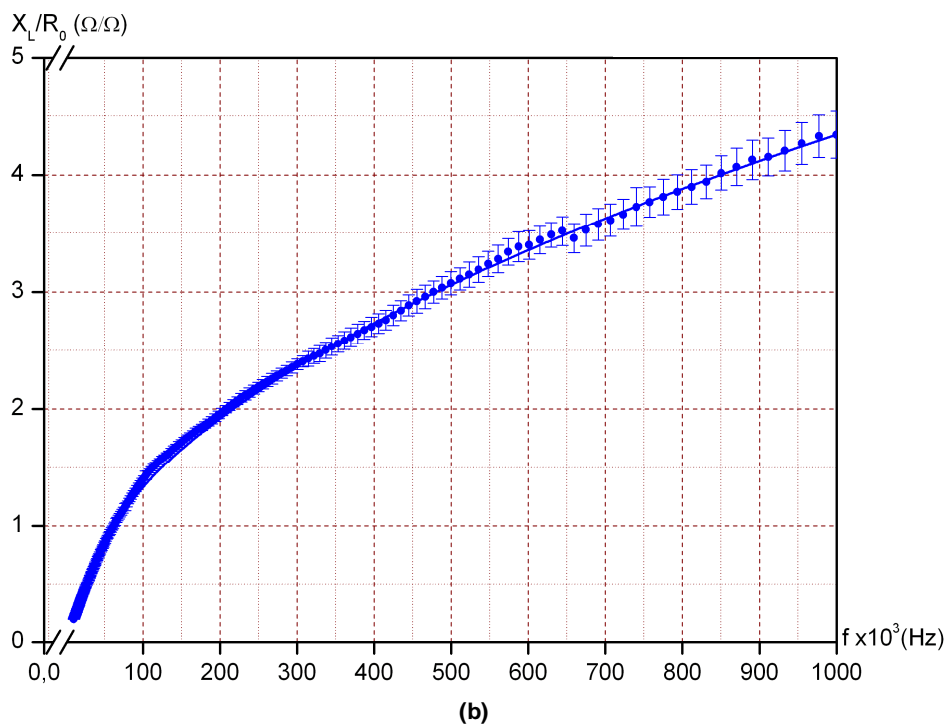
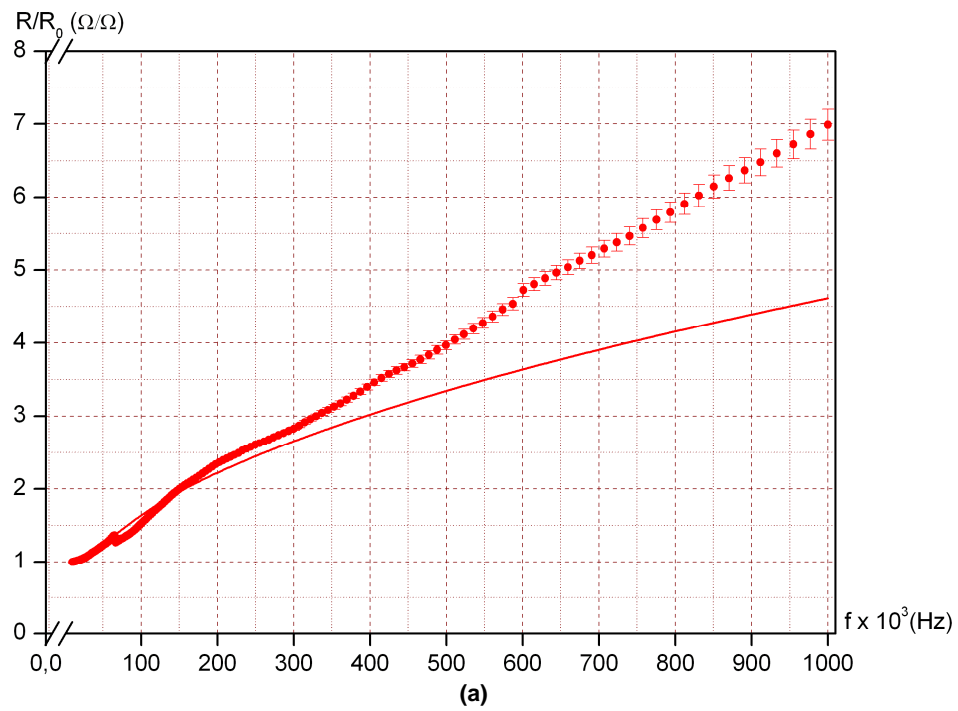


FIGURA 54 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 17 AWG.

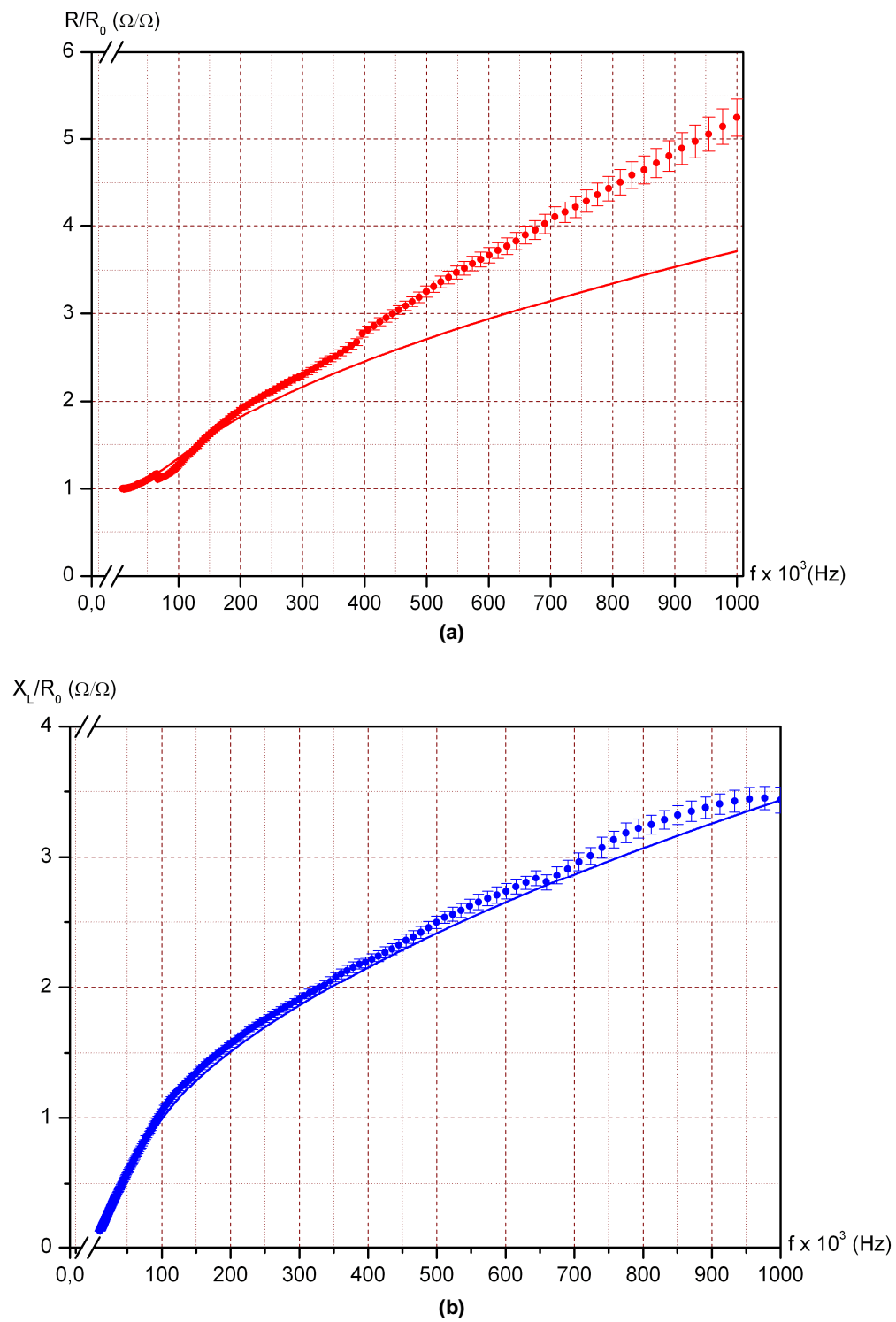


FIGURA 55 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 19 AWG.

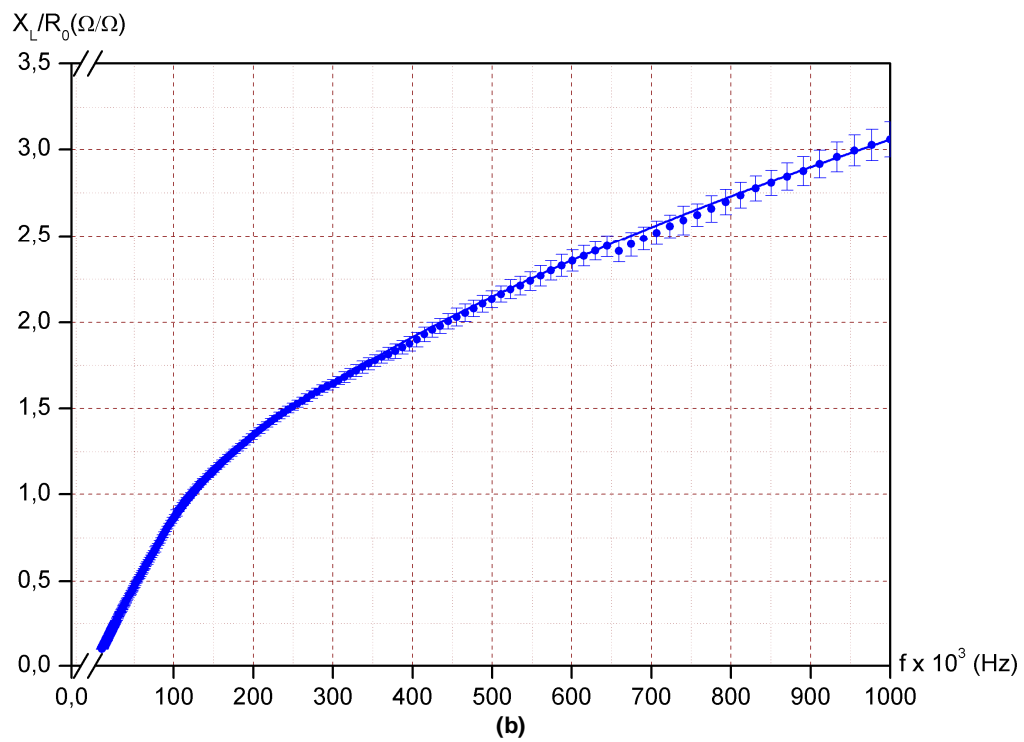
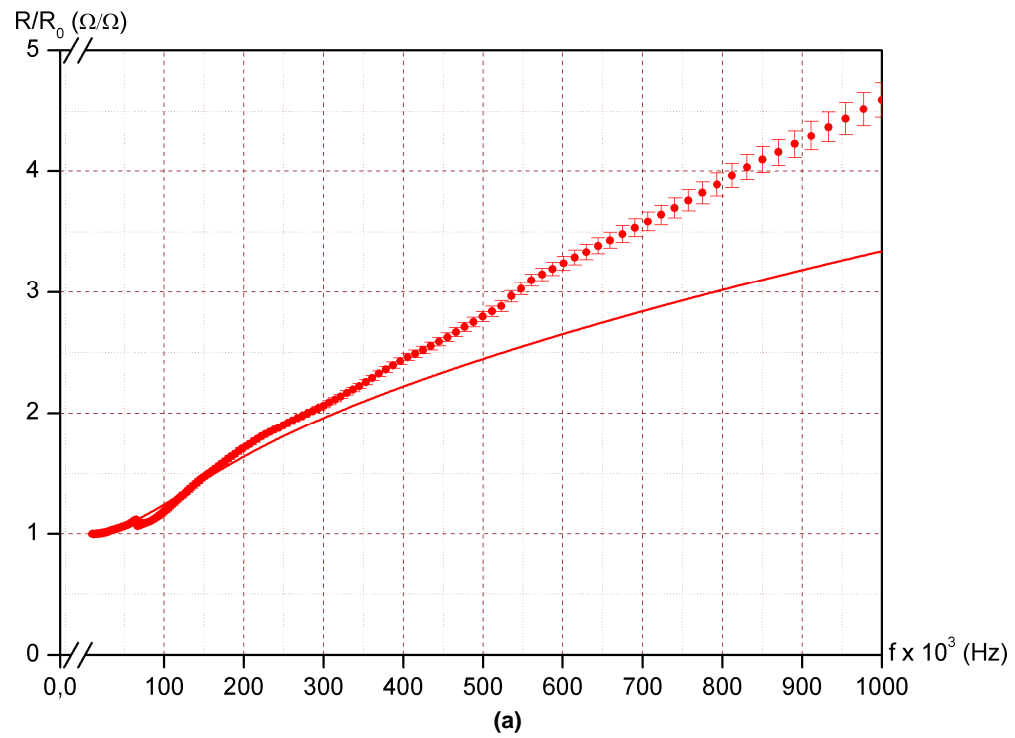


FIGURA 56 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 20 AWG.

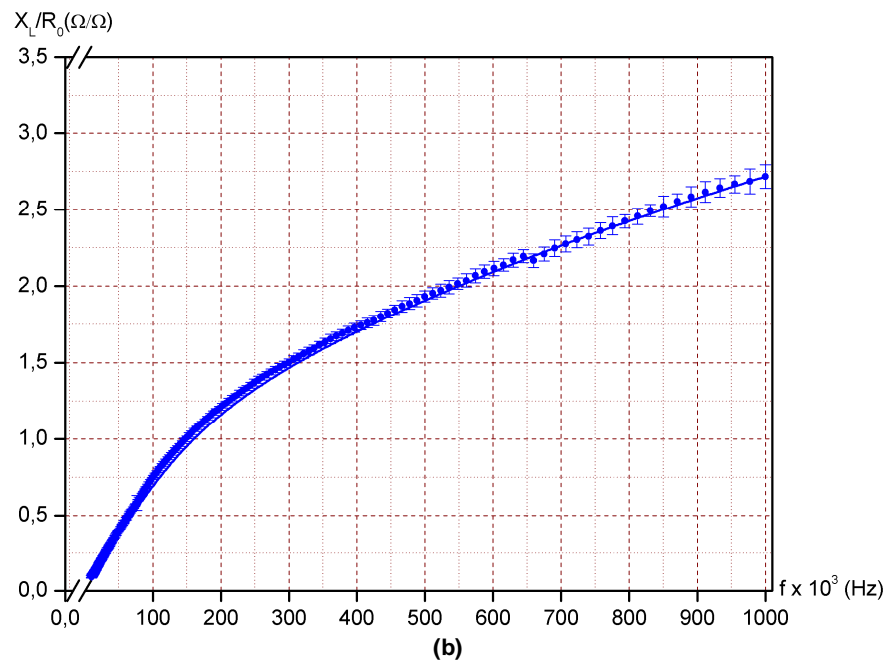
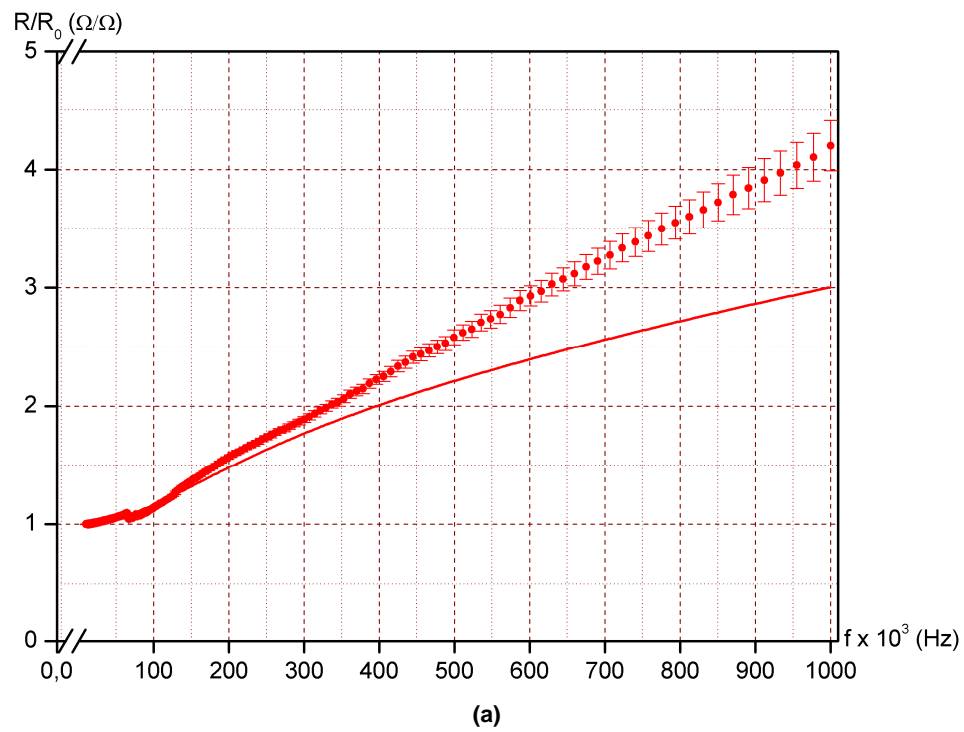


FIGURA 57 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 21 AWG.

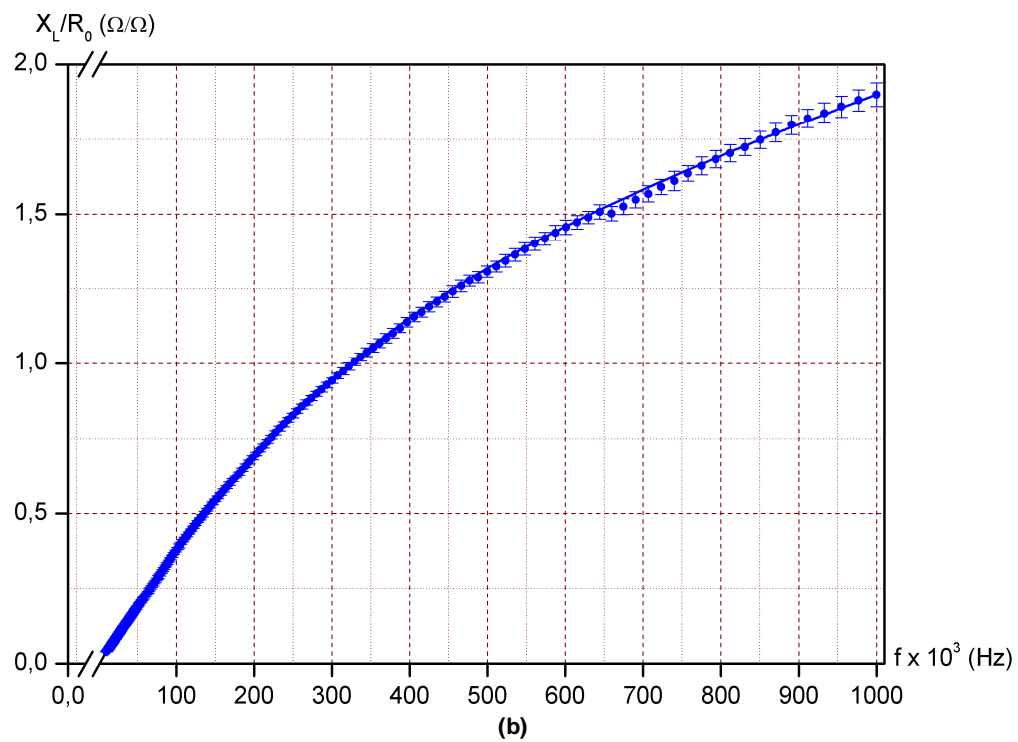
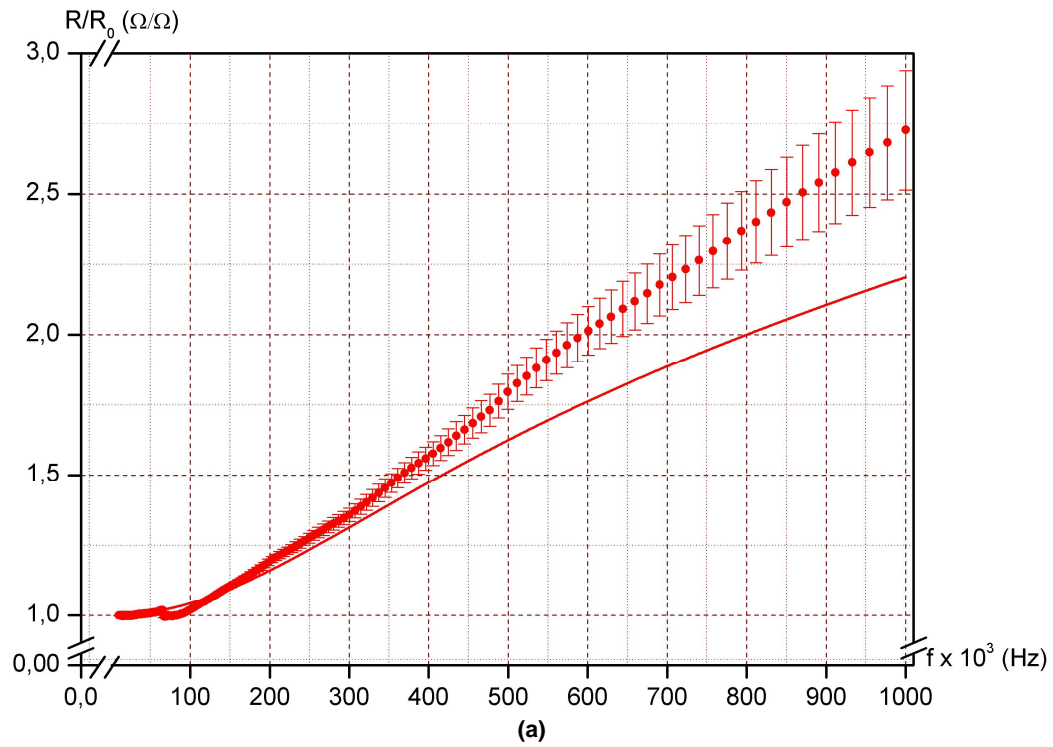


FIGURA 58 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 24 AWG.

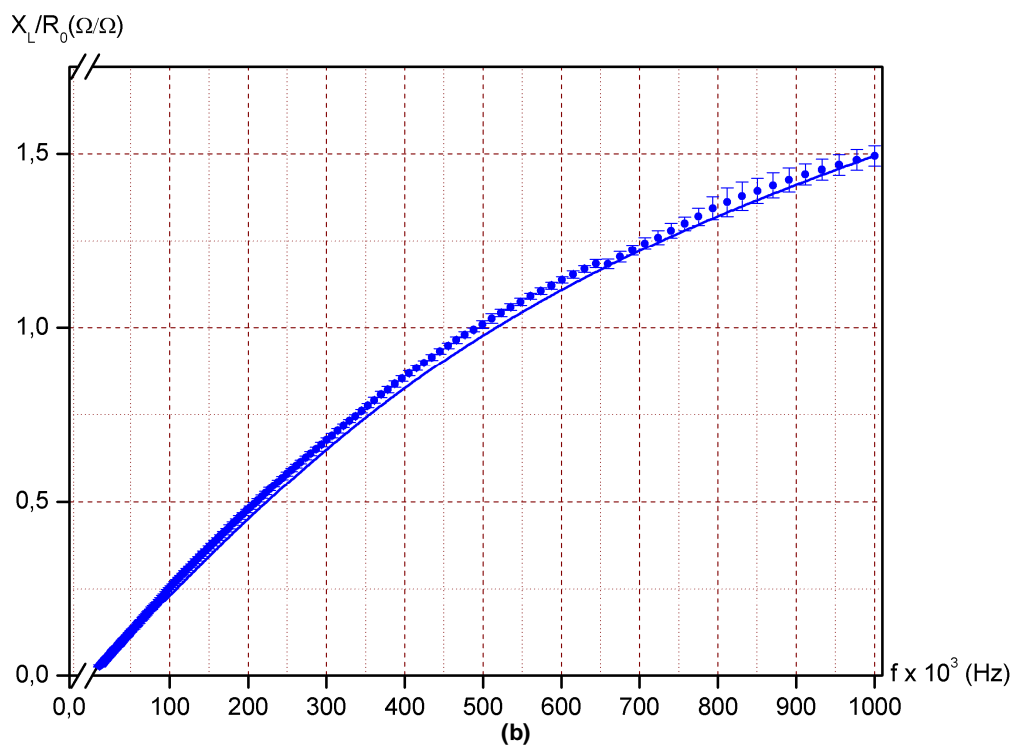
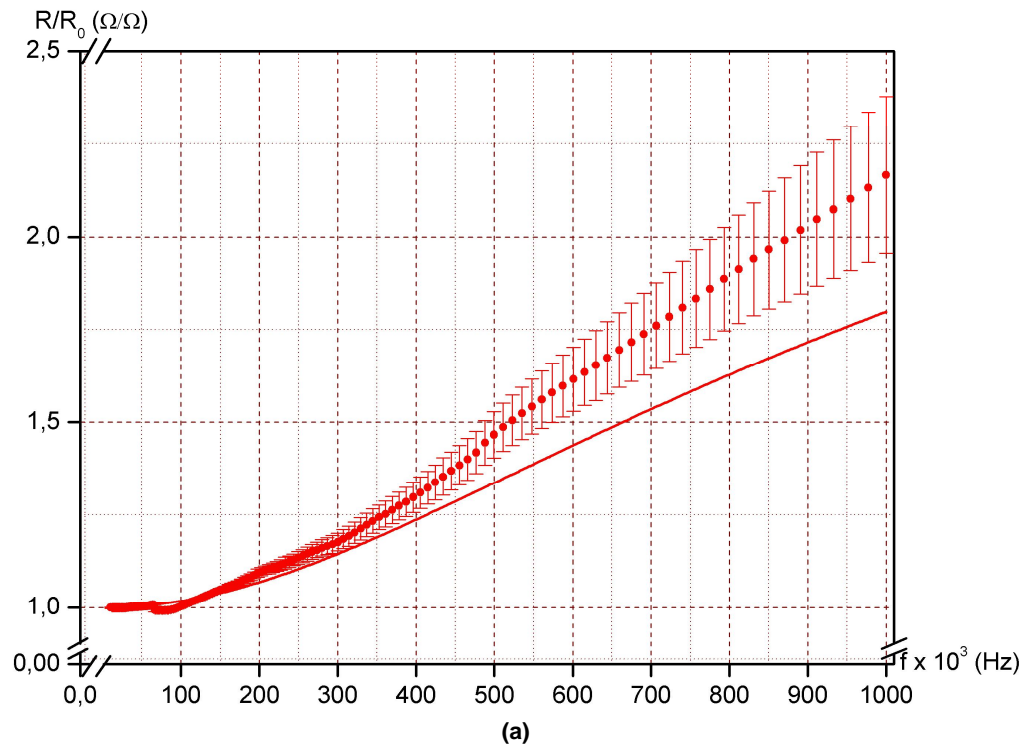


FIGURA 59 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 26 AWG.

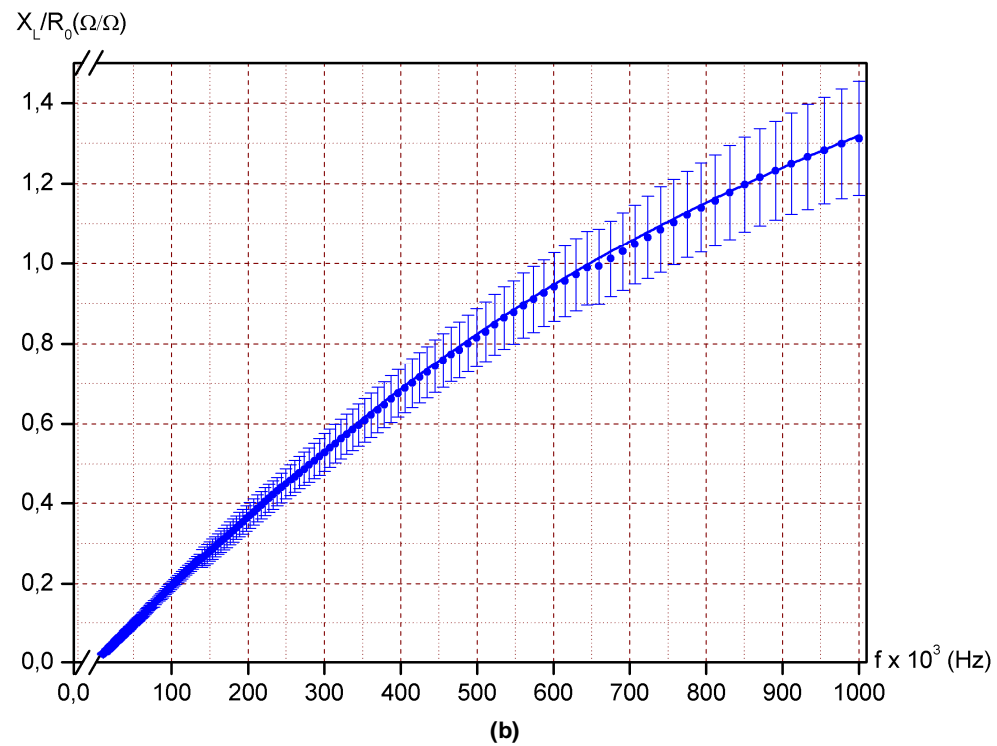
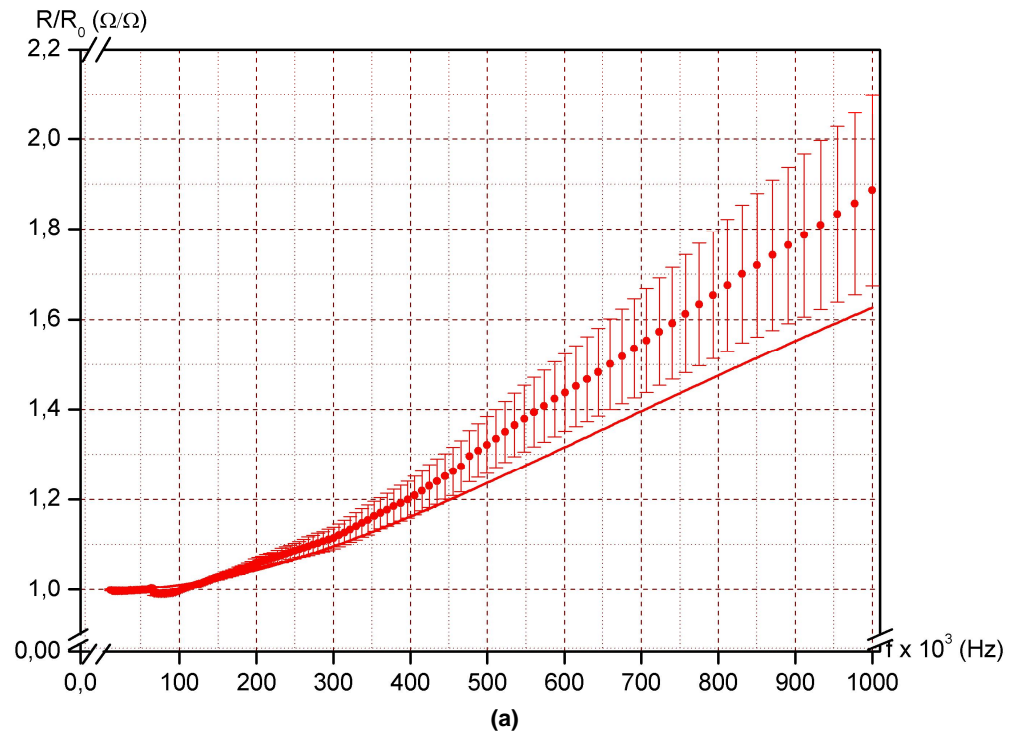


FIGURA 60 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 27 AWG.

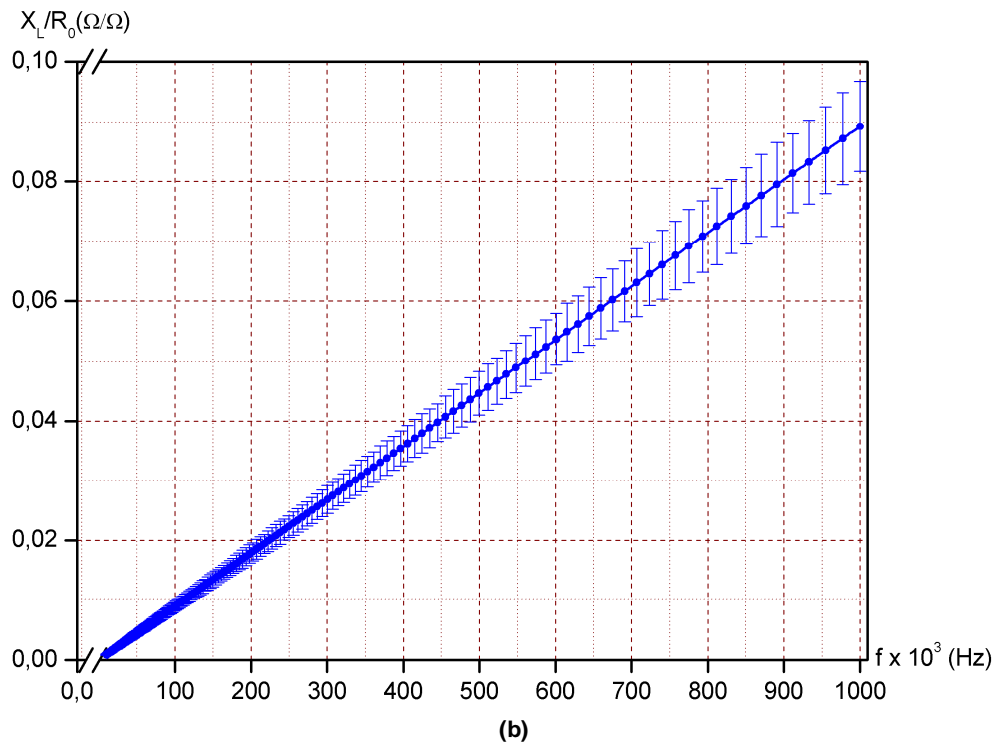
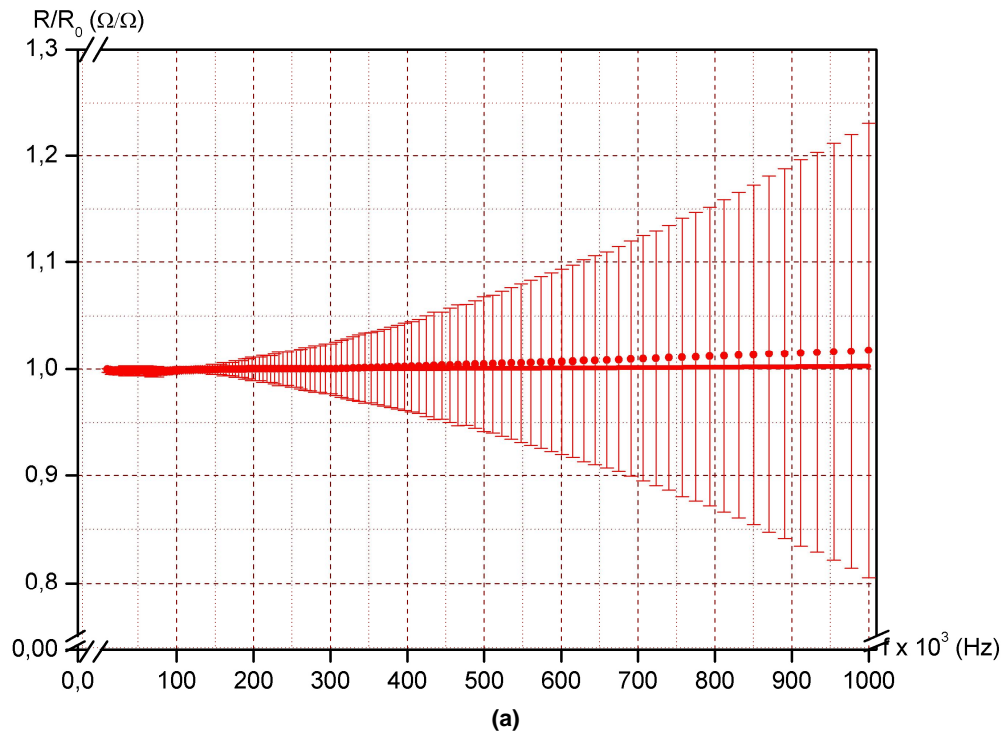


FIGURA 61 – DADOS EXPERIMENTAIS E SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO PARA A AMOSTRA 40 AWG.

Nas Figura 52 a Figura 61, nota-se um desvio entre os valores simulados e medidos para a resistência. As barras de erro foram adotadas conforme o procedimento do item 4.4. Para uma estimativa deste desvio, utilizaram-se os valores encontrados em 1 MHz, por ser o valor de maior erro. Tais resultados estão na Tabela 7.

TABELA 7 – DESVIO ENTRE OS VALORES MEDIDOS E A SIMULAÇÃO NA FREQUÊNCIA DE 1 MHZ.

Nomenclatura AWG	R/R_0 Medida	R/R_0 Simulado	Erro (%)
14	10,7837	6,4163	68,07
15	9,3714	5,7439	63,15
17	6,9901	4,6149	51,47
19	5,2432	3,7135	41,19
20	4,5924	3,3404	37,48
21	4,2029	3,0054	39,84
24	2,7263	2,2039	23,70
26	2,1659	1,7977	20,48
27	1,8866	1,6266	15,98
40	1,0179	1,0026	1,53

Sendo o maior diâmetro, a amostra 14 AWG, e o menor, a amostra 40 AWG, (Tabela 1), pode-se afirmar que o desvio aumenta proporcionalmente ao diâmetro.

4.8 Efeito pelicular com resistividade variável

Conforme o item 4.7, o efeito pelicular clássico não corresponde aos dados experimentais obtidos, sendo mais divergente quanto maior for o diâmetro da amostra. Este fato pode ser atribuído a uma resistividade não constante, como o efeito pelicular clássico supõe.

A profundidade pelicular, para valores maiores que 100 kHz, é da ordem de 200 μm (item 4.3). Sendo os grãos do material na ordem de 40 μm , como mostrado na Figura 22. Pode-se, então, assumir uma hipótese de que os contornos de grão estão influenciando no valor da resistividade elétrica média das amostras para frequências maiores de 100 kHz. Esse fato é justificado pela Equação (20) (regra de Mathiessen), pois a área de passagem por onde flui corrente elétrica terá um maior número de defeitos mecânicos efetivos, aumentando assim a resistividade elétrica efetiva do material. Esta divergência é ainda acentuada com o aumento do diâmetro da amostra, tendo um maior número de grãos na área efetiva de condução, aumentando o erro experimental com relação ao efeito pelicular clássico, como pode ser comprovado por meio da Tabela 7.

Assumindo que a profundidade pelicular é influenciada predominantemente pela resistividade elétrica em corrente contínua, por meio da Equação (67) é possível calcular a resistividade elétrica em função da coordenada radial do condutor. Para a amostra 14 AWG, isso está representado no gráfico da Figura 62.

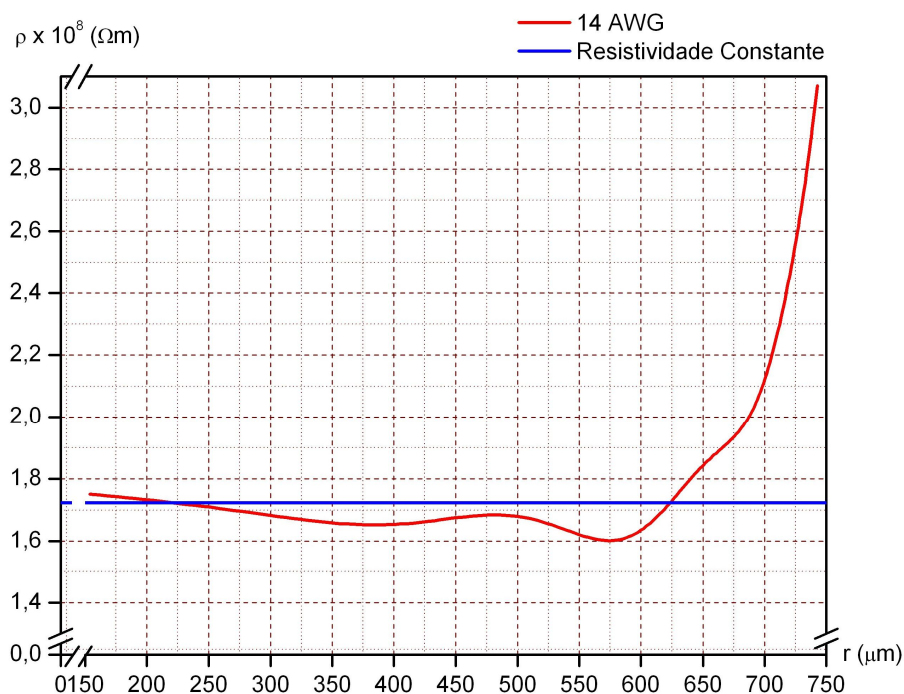


FIGURA 62 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL DA AMOSTRA 14 AWG

Fazendo uma leitura do gráfico da Figura 62, pode-se notar que a resistividade elétrica é aproximadamente um valor constante enquanto a profundidade pelicular for muito maior que o tamanho de grão, sendo esse valor em torno da linha azul que representa a resistividade elétrica constante, e a resistividade elétrica é variável quando a área de condução de corrente elétrica estiver na ordem do tamanho do grão do material, sendo o raio do condutor aproximadamente $800 \mu\text{m}$.

A resistividade elétrica em corrente contínua é um valor médio de toda a secção transversal do condutor. Para estabelecer a profundidade pelicular, a qual depende dos campos eletromagnéticos presentes em toda secção transversal do condutor (item 2.4 e item 2.5) [9], adotou-se o valor de resistividade elétrica em corrente contínua. Isso foi realizado para simplificar os cálculos da proposta de uma função resistividade, baseados nos dados empíricos encontrados (item 4.5).

Sendo a profundidade pelicular e o tamanho de grão parâmetros importantes para a determinação da resistividade elétrica, propôs-se um modelo matemático com base num parâmetro de normalização limitado por estes. Com esse intuito, foi tomado o inverso da profundidade pelicular e multiplicado pelo tamanho de grão obtendo assim o parâmetro de normalização para a função resistividade elétrica. Com este parâmetro, a função resistividade se mantém com um valor constante até o instante em que a profundidade pelicular fica na ordem do tamanho do grão, fazendo a resistividade elétrica aumentar. Desta maneira, realizou-se duas simulações: uma com variação linear deste parâmetro de normalização e outra com uma variação quadrática.

4.8.1 Variação linear da resistividade

A resistividade foi ajustada para uma variação linear, conforme a Equação (70);

$$\rho = \rho_0 \left[1 + k_1 \left(\frac{\Delta}{\delta} \right) \right], \quad (70)$$

onde ρ_0 é a resistividade em corrente contínua, k_1 é um parâmetro ajustado pelo software *Origin*[®] para se obter uma representação ótima para cada um dos diâmetros e Δ é o valor do tamanho de grão do material.

Os valores encontrados para cada uma dessas grandezas, são dados pelas Equação (71) a Equação (73)

$$\rho_0 = 1,7241 \times 10^{-8} \Omega.m \quad (71)$$

$$k_1 = 1,4 \times 10^3 a \quad (72)$$

$$\Delta = 40 \times 10^{-6} m \quad (73)$$

A Equação (70), em conjunto com as Equação (71) a Equação (73), foram colocados na simulação do efeito pelicular com resistividade variável. Os resultados obtidos, bem como o resultado para modelo clássico e os valores medidos, estão nas Figuras 63 a 71.

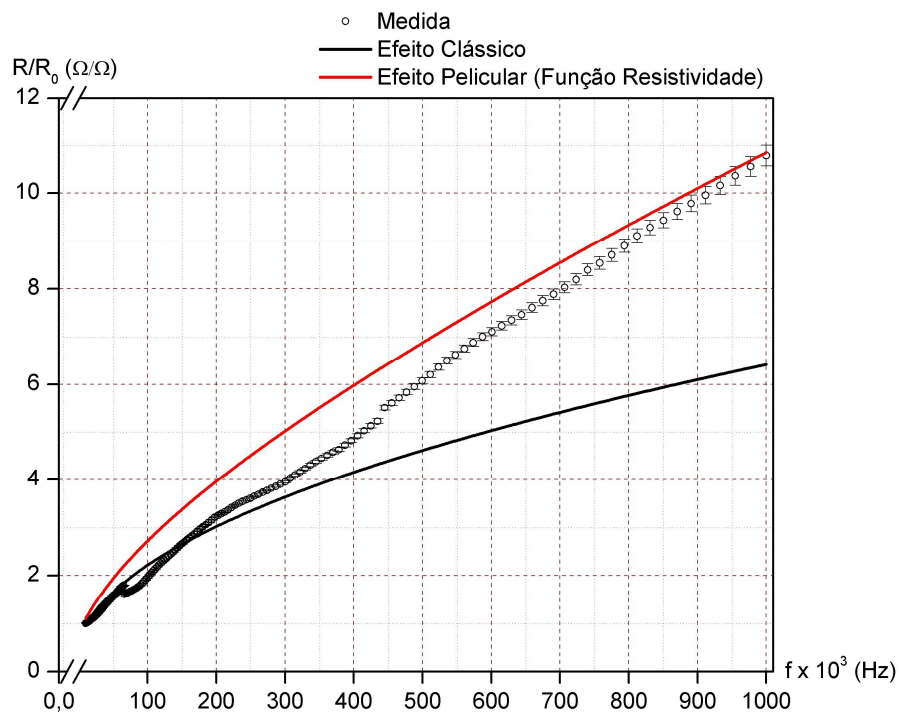


FIGURA 63 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 14 AWG.

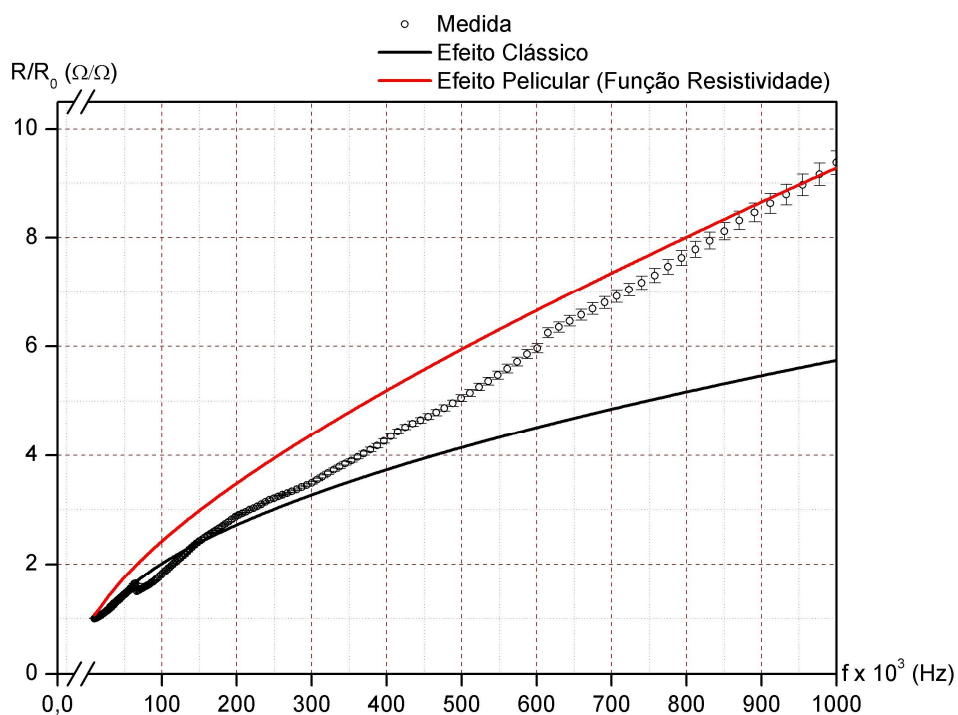


FIGURA 64 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 15 AWG.

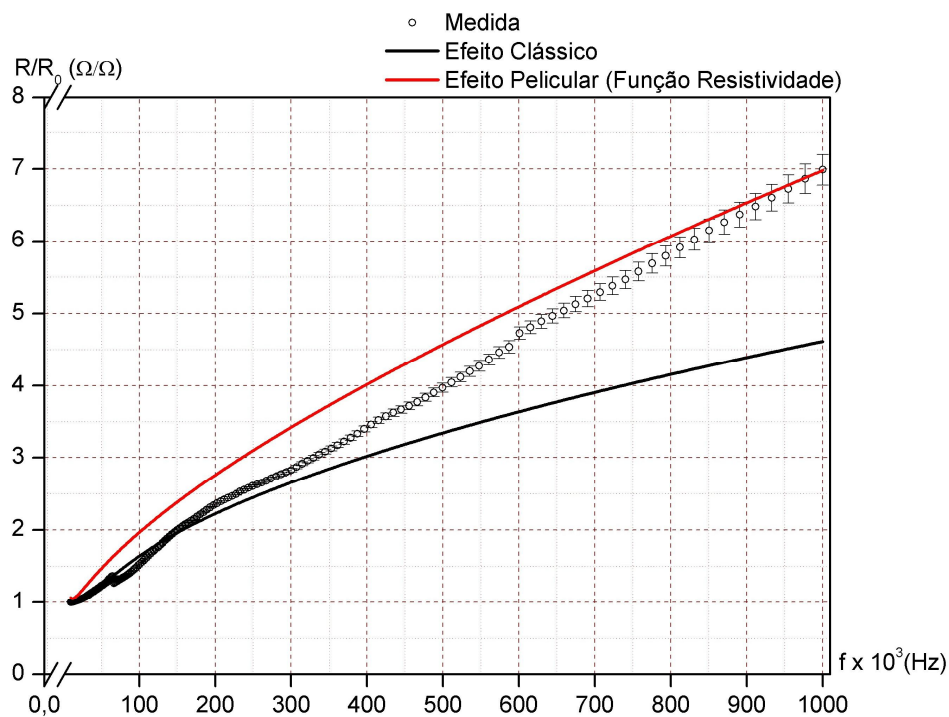


FIGURA 65 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 17 AWG.

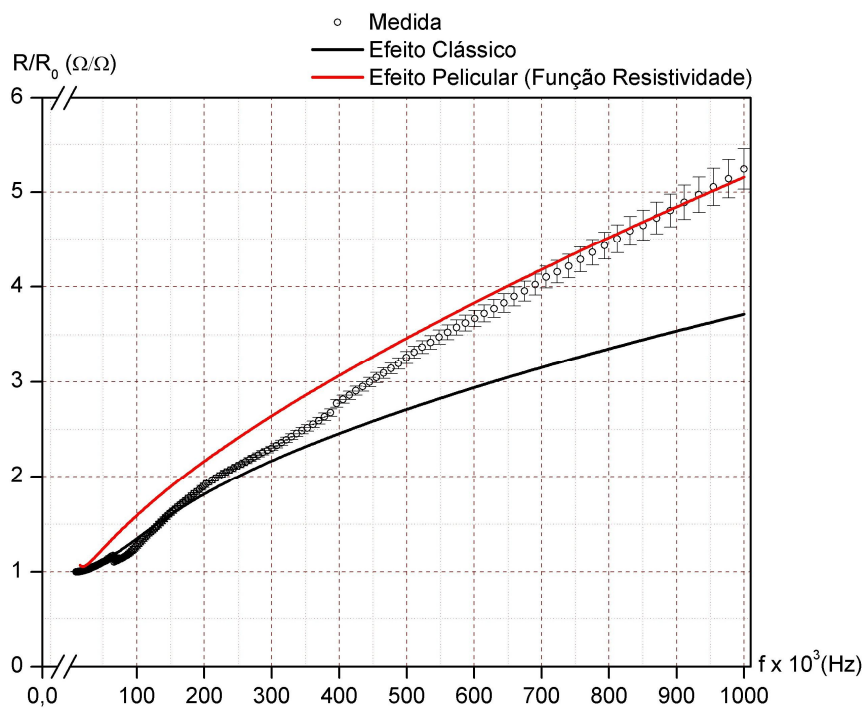


FIGURA 66 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 19 AWG.

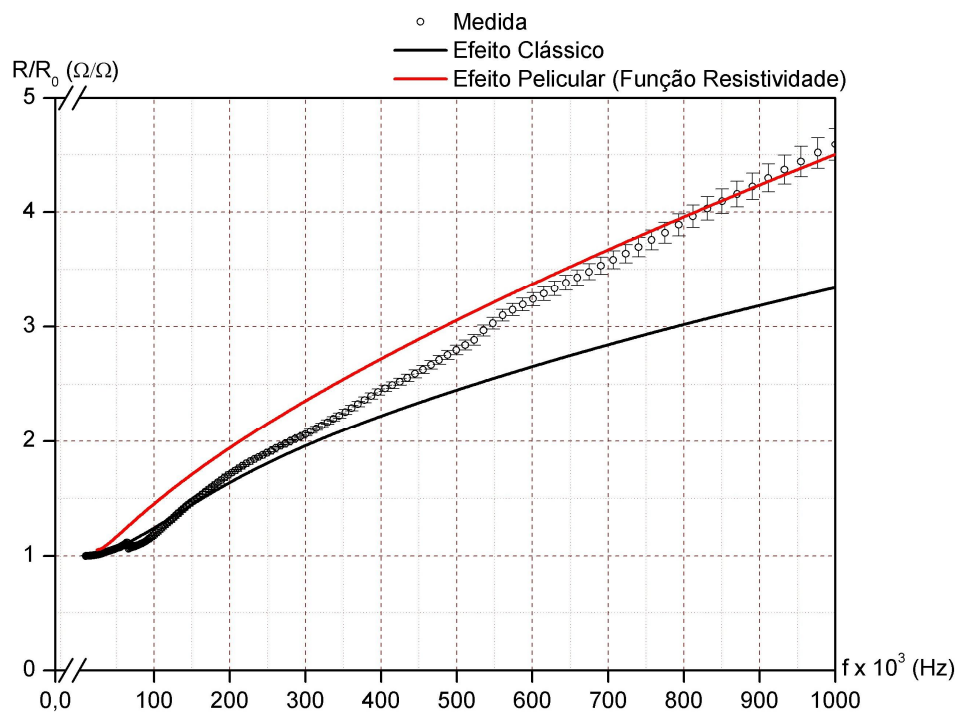


FIGURA 67 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 20 AWG.

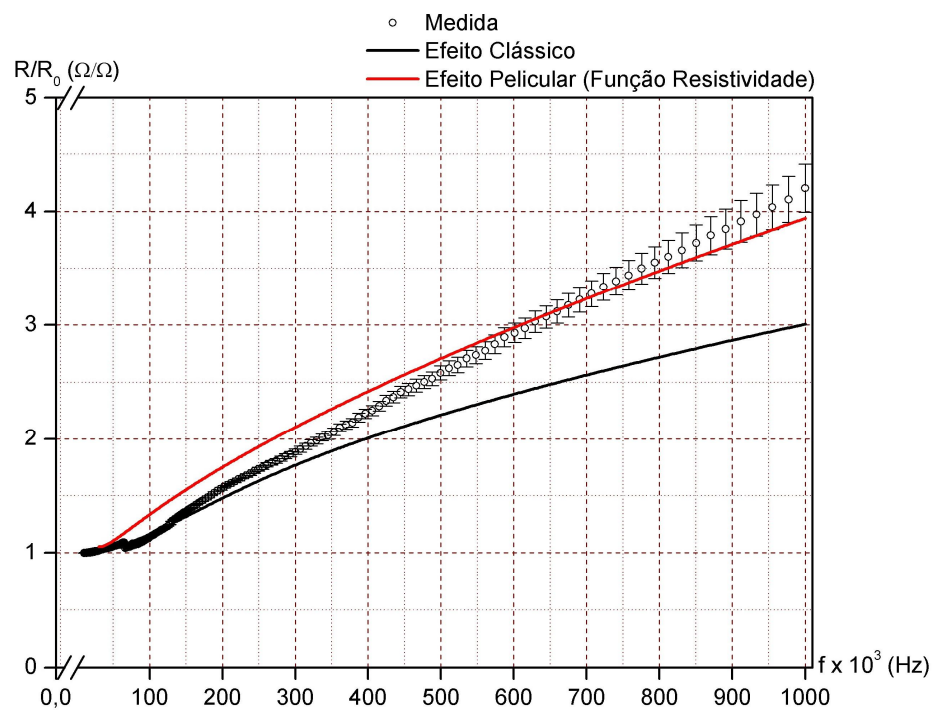


FIGURA 68 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 21 AWG.

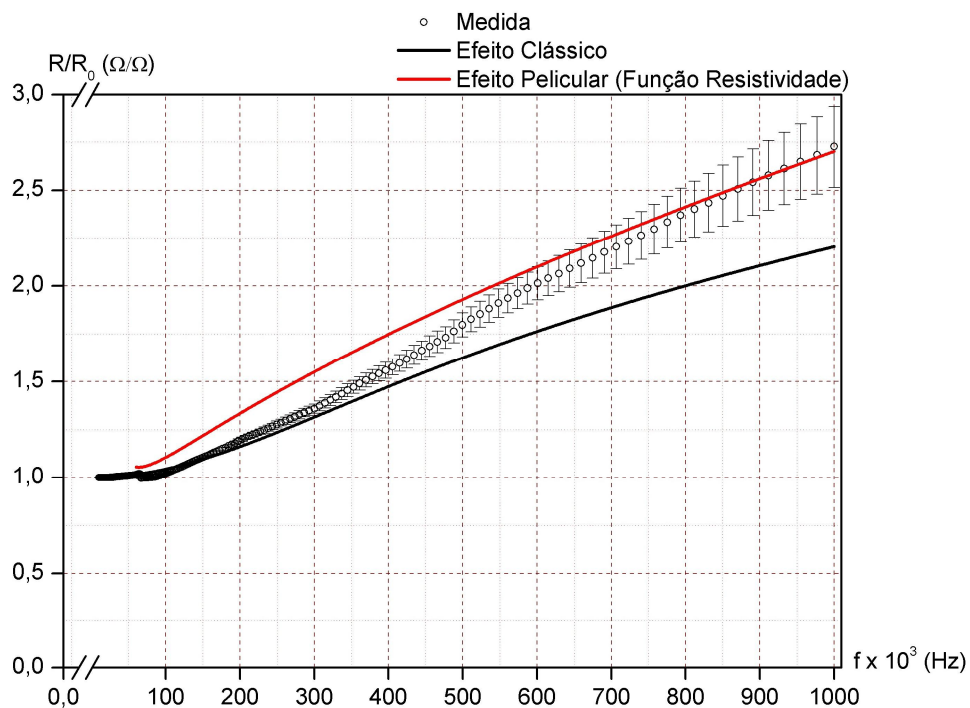


FIGURA 69 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 24 AWG.

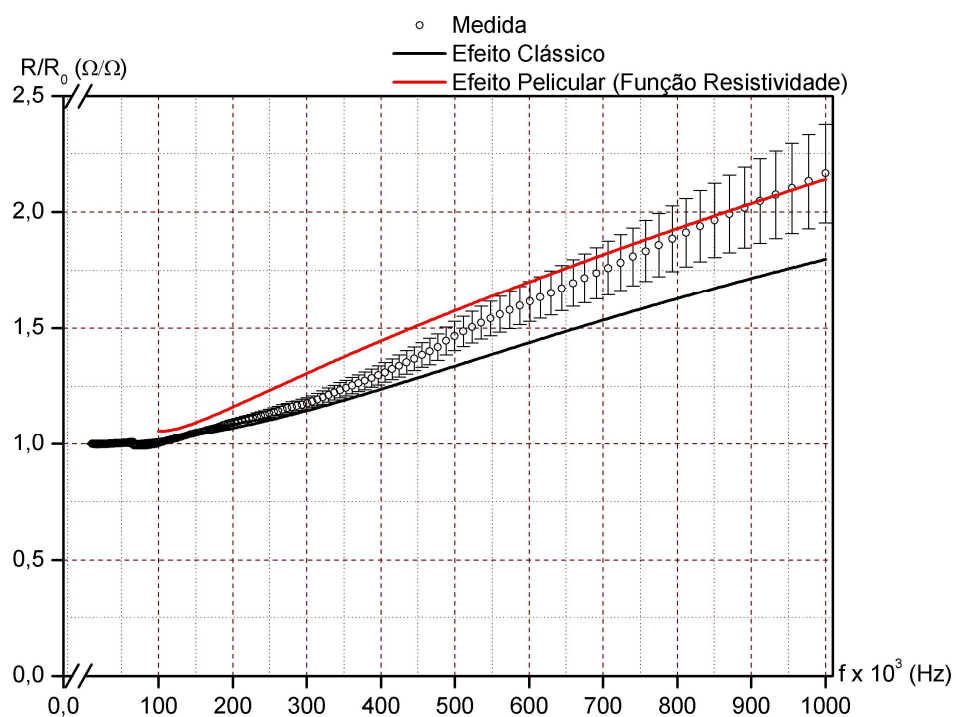


FIGURA 70 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 26 AWG.

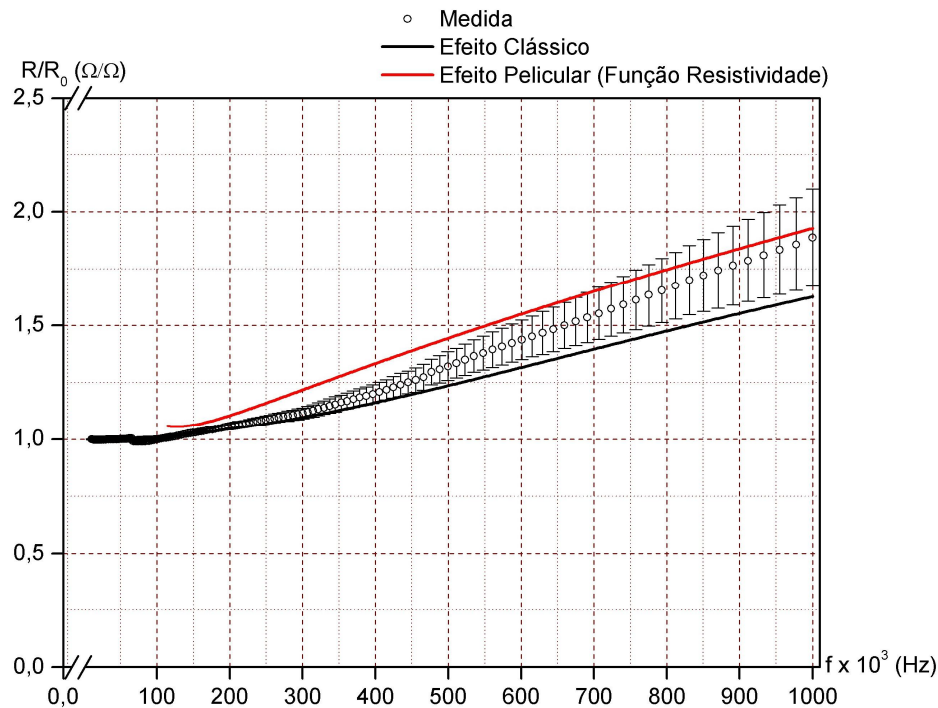


FIGURA 71 – PARTE RESISTIVA DO EFEITO PELICULAR COM VARIAÇÃO LINEAR DA RESISTIVIDADE PARA O FIO 27 AWG.

Nas Figuras 63 a 71, nota-se um melhor ajuste dos dados experimentais quando em alta frequência, porém não correspondendo a eles quando em baixa frequência. Assim sendo, este ajuste não foi considerado eficiente para representar os dados experimentais.

Nos gráficos das Figura 66 a Figura 71 existem na parte de baixa frequência valores discrepantes com os curva obtida. Esse fato é justificado pela área aparente da Equação (68) estar com valores muito pequenos ou negativos, oriundos do pequeno diâmetro da amostra.

A Equação (70) pode ser expressa de forma gráfica. A Figura 62 representa de forma gráfica a Equação (70), bem como a função resistividade elétrica encontrada experimentalmente para a amostra 14 AWG.

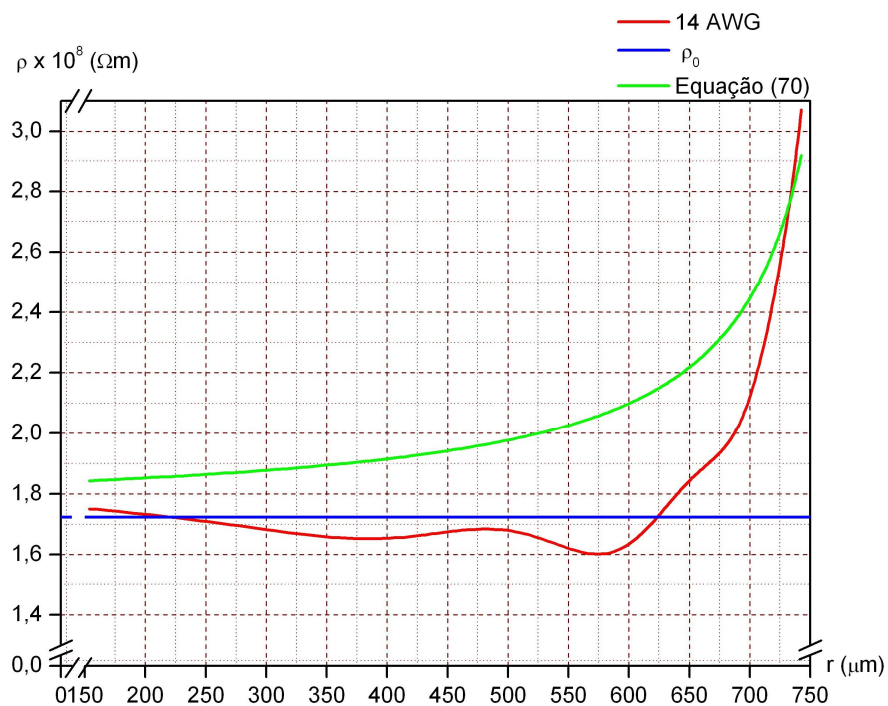


FIGURA 72 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL E AJUSTE LINEAR (EQUAÇÃO (70)) DA AMOSTRA 14 AWG.

No gráfico da Figura 72, observa-se a curva da Equação (70) em verde, a curva empírica obtida em vermelho, e o valor de resistividade elétrica constante em azul. Por meio da Figura 72, conclui-se que a Equação (70) não é um bom modelo para a resistividade elétrica variável, pois esta não se ajusta aos dados empíricos.

4.8.2 Equação de segunda ordem para a resistividade

A resistividade foi ajustada para uma Equação de 2ª ordem, conforme a Equação (74).

$$\rho = \rho_0 \left[1 + k_2 \left(\frac{\Delta}{\delta} \right)^2 \right], \quad (74)$$

onde ρ_0 é a resistividade em corrente contínua, k_2 é um parâmetro ajustado pelo software *Origin®* para se obter uma representação ótima para cada um dos diâmetros e Δ é o valor do tamanho de grão do material.

Os valores para cada uma dessas grandezas, para todas as medidas estão nas Equação (75) a Equação (77)

$$\rho_0 = 1,7241 \times 10^{-8} \Omega.m \quad (75)$$

$$k_2 = -0,4 + 4,6 \times 10^3 a - 2,5 \times 10^6 a^2 \quad (76)$$

$$\Delta = 40 \times 10^{-6} m \quad (77)$$

A Equação (74), em conjunto com as Equações (75) a (77), foram colocados na simulação do efeito pelicular com resistividade variável. A solução encontrada, bem como o resultado para modelo clássico e os valores medidos, estão nas Figuras 73 a 81.

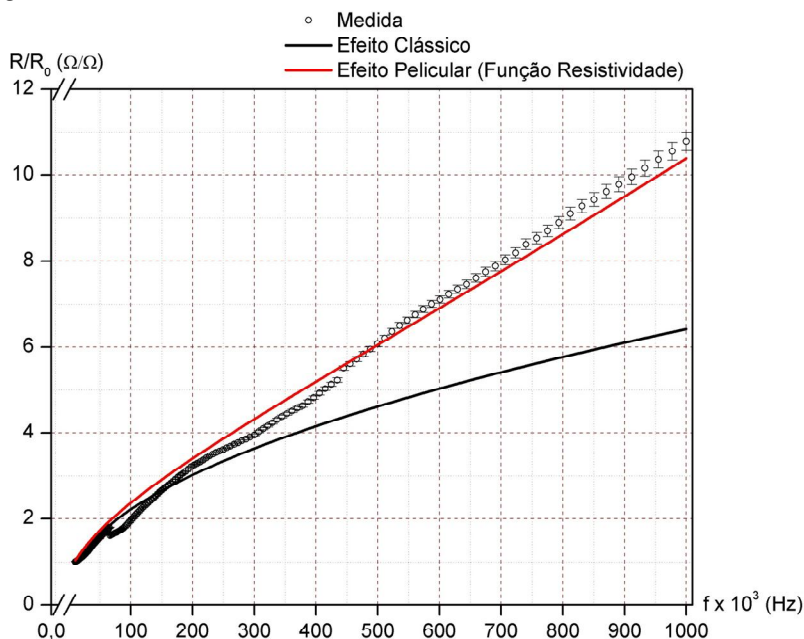


FIGURA 73 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 14 AWG.

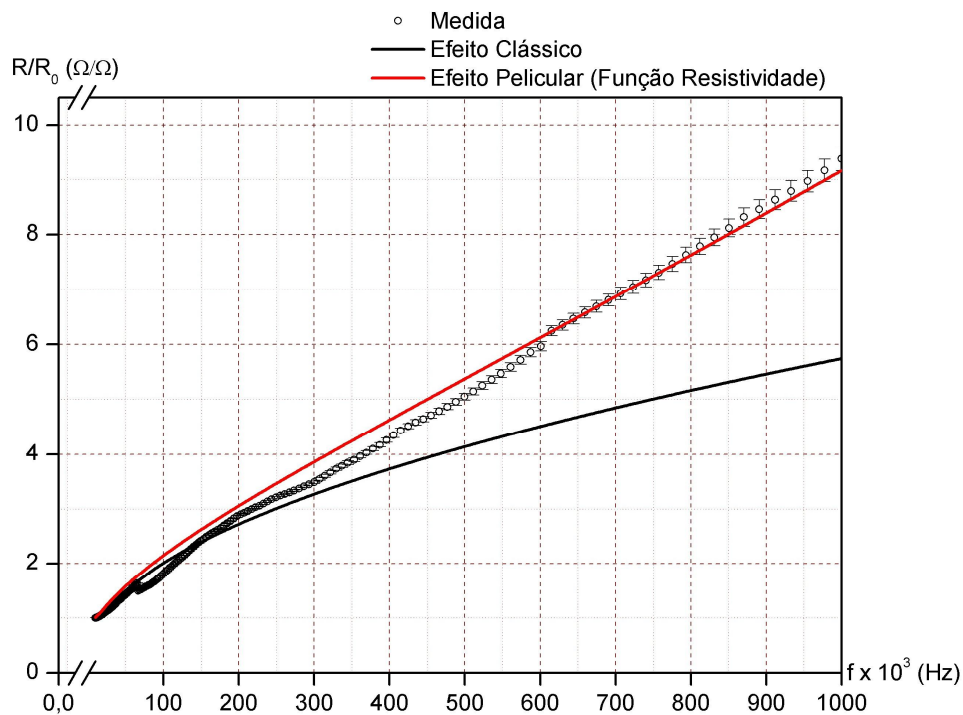


FIGURA 74 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 15 AWG.

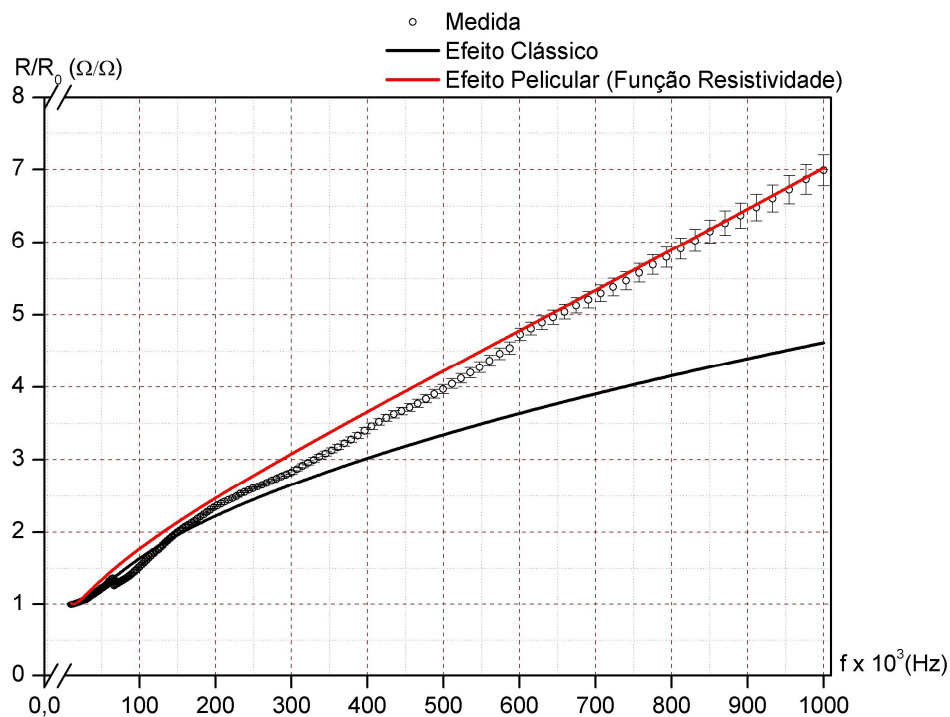


FIGURA 75 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 17 AWG.

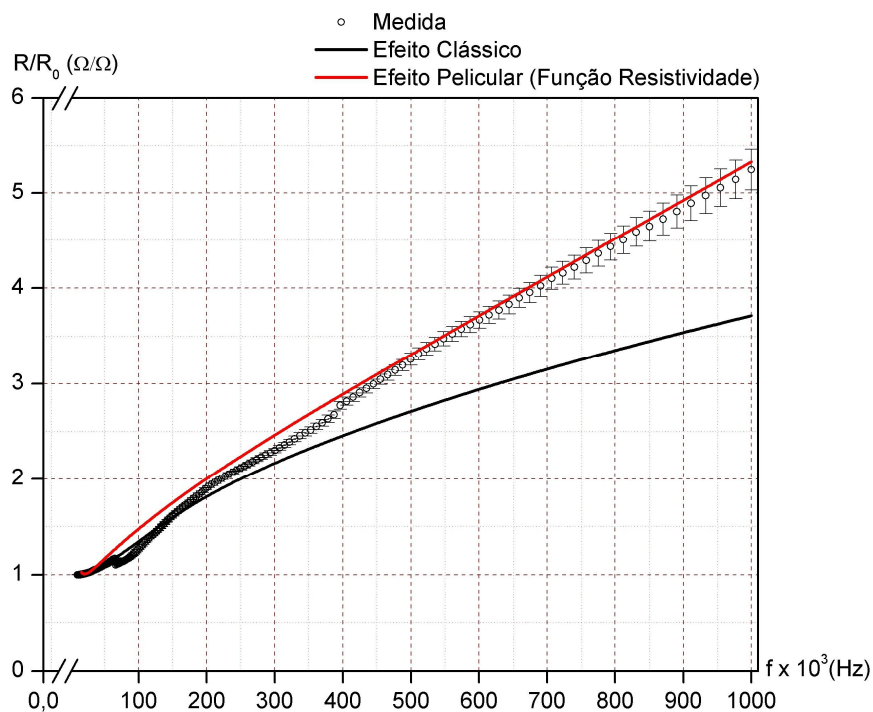


FIGURA 76 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 19 AWG.

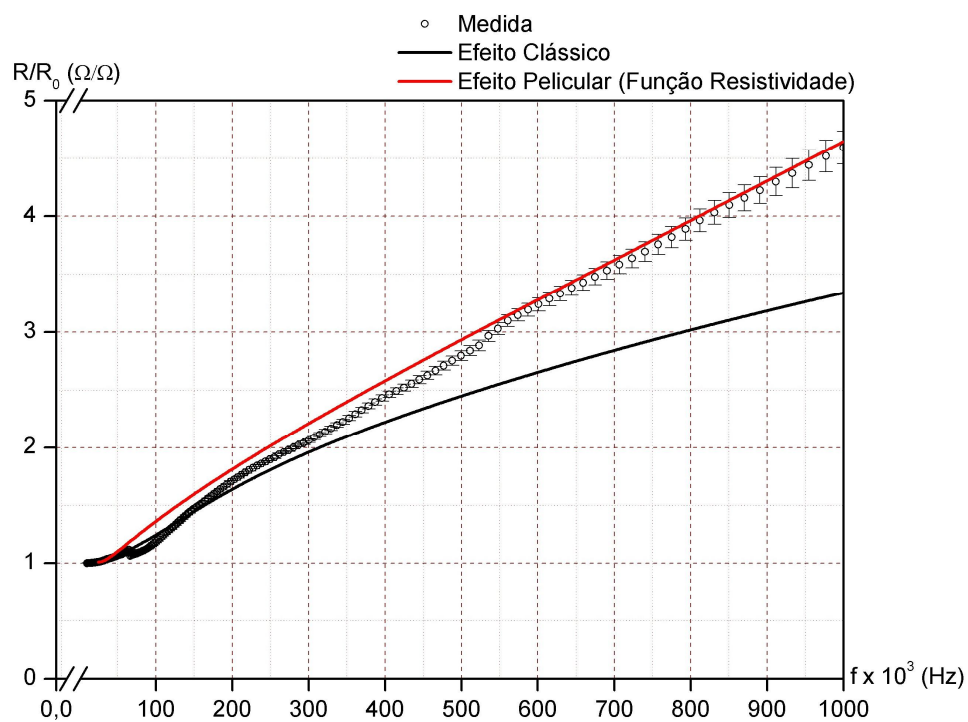


FIGURA 77 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 20 AWG.

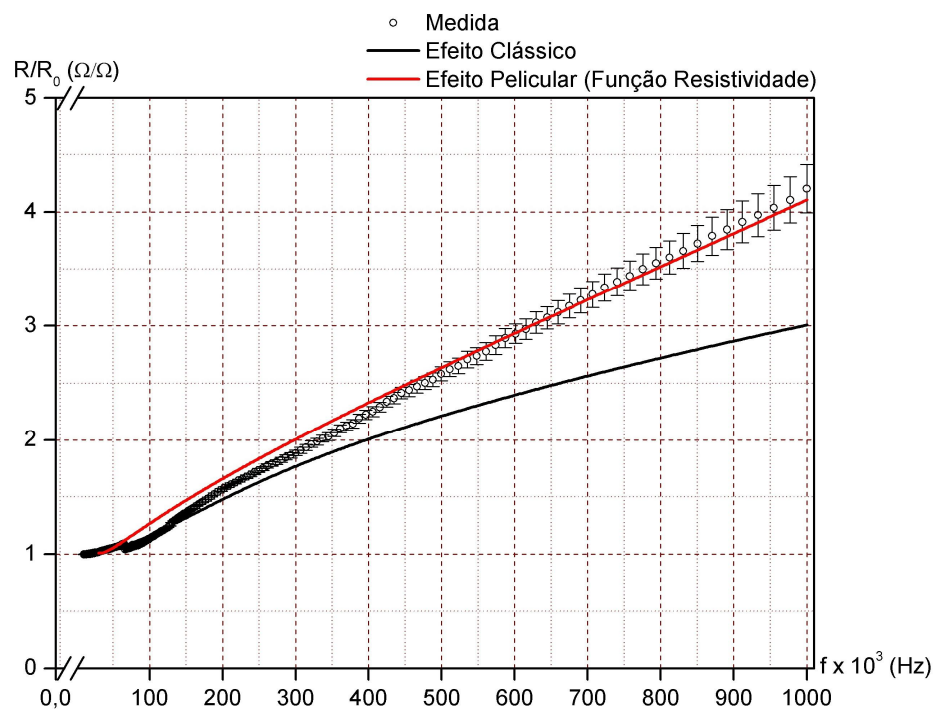


FIGURA 78 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 21 AWG.

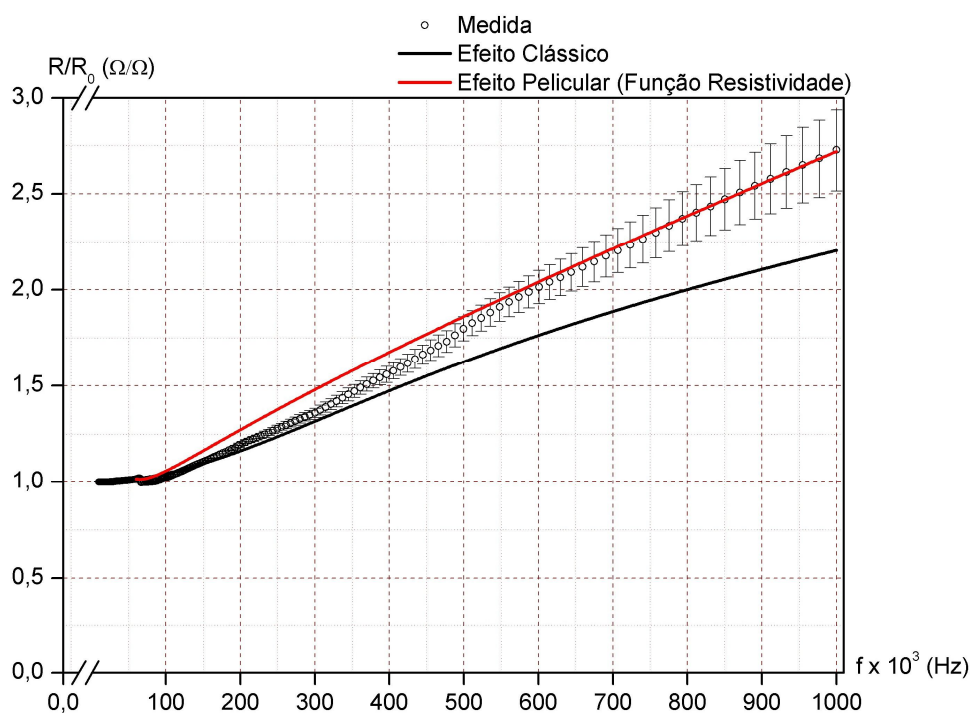


FIGURA 79 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 24 AWG.

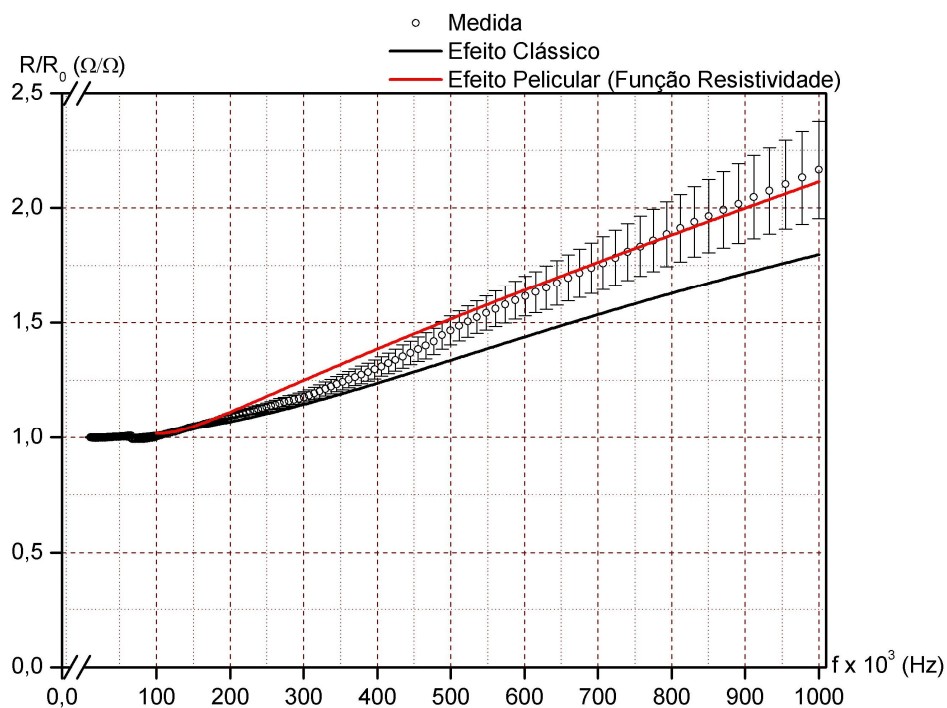


FIGURA 80 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 26 AWG.

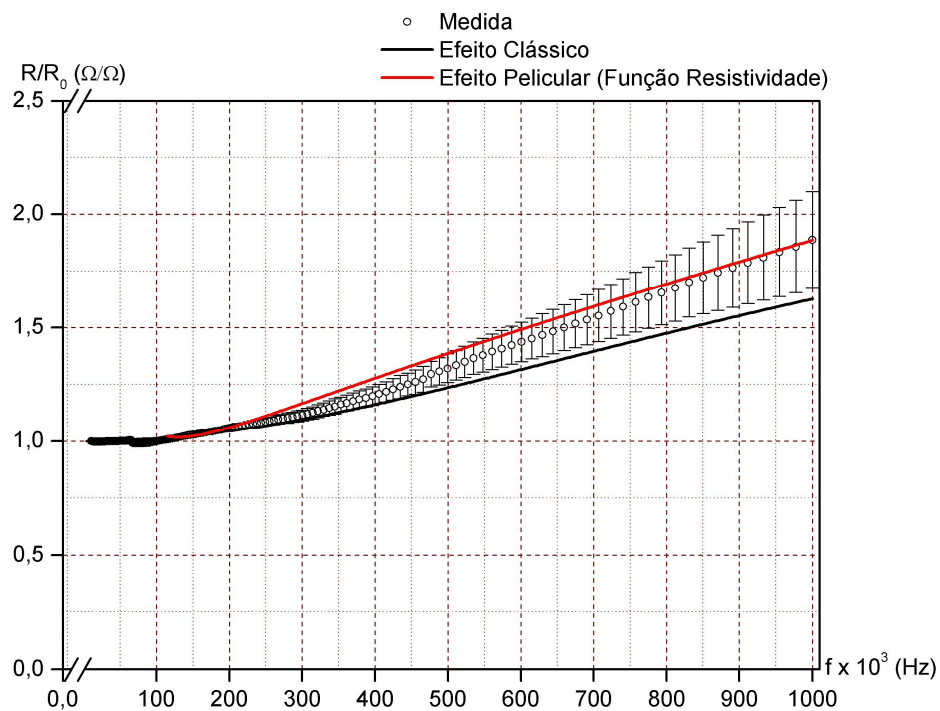


FIGURA 81 – EFEITO PELICULAR COM UMA EQUAÇÃO DE 2ª ORDEM PARA A RESISTIVIDADE ELÉTRICA AMOSTRA 27 AWG.

Nas Figuras 73 a 81 é possível observar um bom ajuste aos dados experimentais, considerando a função proposta para resistividade como uma boa aproximação.

Nos gráficos das Figura 75 a Figura 81 existem na parte de baixa frequência valores discrepantes com os curva obtida. Esse fato é justificado pela área aparente da Equação (68) estar com valores muito pequenos ou negativos, oriundos do pequeno diâmetro da amostra.

A Equação (74) pode ser expressa de forma gráfica. A Figura 82 representa de forma gráfica a Equação (74), bem como a função resistividade elétrica encontrada experimentalmente para a amostra 14 AWG.

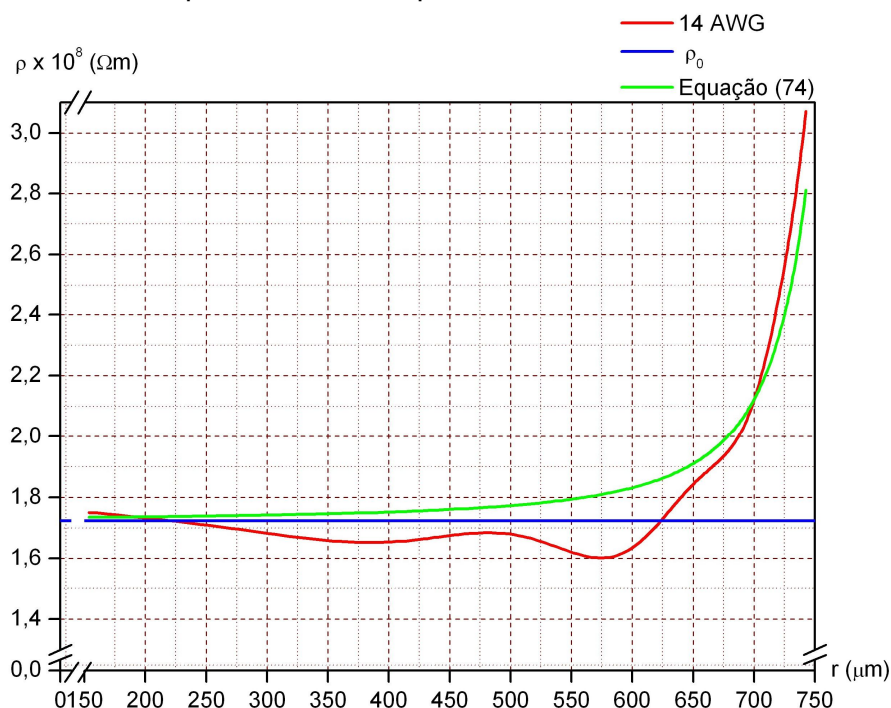


FIGURA 82 – RESISTIVIDADE ELÉTRICA COM RELAÇÃO A COORDENADA RADIAL E AJUSTE DE 2º ORDEM (EQUAÇÃO (74)) DA AMOSTRA 14 AWG

No gráfico da Figura 82, observa-se a curva da Equação (74) em verde, a curva empírica obtida em vermelho, e o valor de resistividade elétrica constante em azul. Nota-se que a Equação (74) se aproxima da curva empírica, podendo dizer que a Equação (74) é um bom modelo para a resistividade elétrica variável.

Capítulo 5: Conclusão

A resistência em corrente contínua foi medida como parâmetro inicial para as amostras, sendo estas um total de 10 amostras. Com essa propriedade elétrica, obteve-se a resistividade do material, a qual possui um baixo desvio com relação ao valor da literatura.

Os resultados da espectrometria de impedância para todas as amostras apresentaram divergência em relação ao modelo do efeito pelicular clássico. Esta divergência é proporcional ao diâmetro do fio de cobre.

A microestrutura dos fios de cobre utilizados foi medida encontrando um tamanho de grão da ordem de $40\mu\text{m}$.

A simulação computacional para o efeito pelicular clássico foi realizada. A profundidade pelicular encontrada mostra que o efeito pelicular acima de 100 kHz está na ordem do tamanho de grãos do material.

Uma hipótese de que a resistividade é variável com a profundidade pelicular foi proposta. Esta hipótese, é baseada no fato da profundidade pelicular ser da ordem do tamanho de grão do material.

Um modelo e a simulação computacional para o efeito pelicular considerando a resistividade variável foi proposto, avaliando duas formulações para a resistividade, uma considerando uma função linear e outra uma função de 2ª ordem da profundidade pelicular.

As medidas de resistência e indutância para fios de cobre foram realizadas na faixa de frequência de 10 kHz até 1 MHz. Esses resultados foram utilizados para avaliação do efeito pelicular clássico e do efeito pelicular com resistividade variável, sendo que o efeito pelicular com resistividade variável, utilizando uma equação de 2ª ordem da profundidade pelicular teve um melhor ajuste aos dados experimentais.

5.1 Trabalhos futuros

Para trabalhos posteriores, sugere-se os seguintes temas:

- realizar medidas do efeito pelicular, de maneira similar, para outros materiais não magnéticos, tal como o alumínio;
- estudar o comportamento dos fios de cobre para outras formas de onda;
- utilizar o modelo teórico semi-clássico, o qual utiliza a mecânica quântica, para descrição da função resistividade;
- utilizar materiais com comportamentos magnéticos, tal como o aço;
- realizar a simulação do método PEEC para o fio de cobre, visando o complemento desta modelagem e o ajuste numérico para o uso em outras formas de secção transversal.

Referências

- 1 CASIMIR, H. B. G.; UBBINK, J. The skin effect. I. Introduction; the current distribution for various configuration. **Philips technical review**, v.28, n.9, p.271-283, 1967.
- 2 GATOUS, O. M. O. **Uma nova implementação do efeito skin no modelo da linha de transmissão**, Campinas, 2005. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- 3 LONDON, F.; LONDON, H. The electromagnetic equations of the supraconductors. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A**, v.149, n.866, p.71-88, mar. 1935.
- 4 ZUTTER, D.; KNOCKAERT, L. Skin effect modeling based on a differential surface admittance operator. **IEEE Transactions on microwave theory and techniques**, v.53, n.8, p.2526-2538, ago. 2005.
- 5 HIGGINS, T. J. The origins and developments of the concepts of inductance, skin effect and proximity effect. **American journal of physics**, v.9, n.6, p.337-346, dez. 1941.
- 6 CAHEN, F. La repartition des courants dans les conducteurs massifs. Effet Kelvin. Courants de Foucault. **Techniques de L'Ingénieur**, D-130:1-10, 1^a.ed., jun. 1951.
- 7 KENNELLY, A. E.; AFFEL, H. A. Skin effect resistance measurements of conductors at radio-frequencies up to 100000 cycles per second. **Institute of Radio Engineering**, v.4, p.523-574. New York, mai. 1916.
- 8 ROBERT, R. Efeito Pelicular. **Revista brasileira de ensino de física**, v.22, n.2, p. 285-289, jun. 2000.
- 9 MINGLI, W.; YU, F. Numerical calculations of internal impedance of solid and tubular conductor under large parameters. **IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.**, v.151, n.1, p.67-72, jan. 2004.
- 10 ROBERT, R; BERLEZE, S. L. M.; SWINKA-FILHO, V. Efeito Kelvin com corrente não-senoidal, **Revista brasileira de ensino de física**, v.27, n.4, p. 583-586, set. 2005.
- 11 BERLEZE, S. L. M. **Efeitos pelicular e de proximidade em condutores não-magnéticos**, Curitiba, 1988. 92 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.
- 12 PRESS, A. Resistance and Reactance of massed rectangular conductors. **Physical review**, v.8, n.4, p. 417-422, out. 1916.
- 13 EDWARDS, H.W. The distribution of current and the variation of resistance in linear conductors of square and rectangular cross-section when carrying alternating currents of high frequency. **Physical review**, v.33, n.3, p. 184-202, set 1911.
- 14 DWIGHT, H. B. Skin effect in tubular and flat conductors. **AIEE transactions**, v.32, n.2, p.1379-1403, 1918.
- 15 ARNOLD, A. H. M. Proximity effect in solid and hollow round conductors. **Journal IEE**, v. 82, p. 537-545, 1938.

- 16 DALEY, J. L. Current distribution in a rectangular conductors. **AIEE transactions**, v.58, n.2, p.687-690, 1939.
- 17 MANNEBACK, C. An integral equation for skin effect in parallel conductor. **Jour. Math. Phys.**, v.1, p.123-146, 1922.
- 18 COCKROFT, J. D. Skin effect in rectangular conductors at high frequencies. **Proceedings of the royal society of London. Series A**. p.533-543. jul. 1929.
- 19 JAKUBIUK, K.; ZIMNY, P Skin effect in rectangular conductors. **Journal of Physics A**, v.9, n. 4, p.669-676, 1976.
- 20 KONRAD, A. Integrodifferential finite element formulation of two-dimensional steady-state skin effect problems. **IEEE Transaction on magnetics**, v.MAG-18, n.1, jan. 1982.
- 21 BERLEZE, S.M.L.; ROBERT, R. Skin and proximity effect in nonmagnetic conductors. **IEEE transaction on education**, v.46, n.3, p.368-372, ago. 2003.
- 22 KIANG, J. Integral equation solution to the skin effect problem in conductor strips of finite thickness. **IEEE Transactions on microwave theory and techniques**, v.39, n.3, mar. 1991.
- 23 KAHL, G. D.; WEBER JR, F. N. Circuit analogy for skin effect in conductors. **American Journal of Physics**, v.39, n.3, p. 321-324 mar. 1971.
- 24 KIM, S.; NEIKIRK, D.P. Compact equivalent circuit model for the skin effect. **IEEE-MTT-S International Microwave Symposium**, v.3, p.1815-1818, jun. 1996.
- 25 COPERICH, K. M.; RUEHLI, A. E.; CANGELLARIS, A. Enhanced skin effect for partial element equivalent circuit (PEEC) models. **IEEE transaction on microwave theory and techniques**, v.48, n.9, p. 189-192, set. 2000.
- 26 SILVESTER, P. Modal network theory of skin effect in flat conductors. **Proceeding of the IEEE**, v.54, n.9 ,p.1147-1151,set. 1966.
- 27 WEEKS, W. T.; WU, L.L; McALLISTER, M. F.; SINGH, A. Resistive and inductive skin effect in rectangular conductors. **IBM J. Res. Develop.**, v.23, n.6, p.652-660, nov.1979.
- 28 PIPPARD, A. B. An experimental and theoretical study of the relation between magnetic field and current in a superconductor. **Proceedings of the royal society of London. Series A**, v.216, n.1127, p.547-568, fev. 1953.
- 29 CASIMIR, H.B.G.; UBBINK, J. The skin effect. II. The skin effect at high frequencies. **Philips Technical Review**, v.28, n.10, p.300-315, 1967.
- 30 CASIMIR, H.B.G.; UBBINK, J. The skin effect. III. The skin effect in superconductors. **Philips Technical Review**, v.28, n.122, p.366-381, 1967.
- 31 SCHMIDT, W. **Materiais elétricos. Volume I – condutores e semicondutores**, 1 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1979.
- 32 TYLER, D.E. Wrought Copper and Cooper Alloy Products. In: DAVIS, J.R. et al. **Handbook of ASM**. Volume 2 – Properties and Selection: Nonferrous Aloys and Special-Purpose Materials. United States: ASM International, 1990, p. 241-264.
- 33 BNDES **cobre.pdf** Industria do Cobre. Disponível em: <<http://www.bndes.gov.br/conhecimento/relato/cobre.pdf>>. ago. 1997. Adobe Reader.

- 34 CALLISTER, W.D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**, 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- 35 JACKSON, J.D. **Classical Electrodynamics**, 3. ed. New York: John Wilwy & Sons, 1999.
- 36 HAYT, W. H. **Eletromagnetismo**. 3 ed. Rio de Janeiro: Livros técnico e científicos ed., 1983.
- 37 KELLER, F. J.; GETTYS, W. E.; SKOVE, M. J. **Física – volume 2**, 1. ed. São Paulo: Makron Books, 1999.
- 38 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física 3 – Eletromagnetismo**, 4. ed. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos ed., 1996.
- 39 REITZ, J.R.; MILFORD, F.J.; CHRISTY, R.W., **Fundamentos da Teoria Eletromagnética**, 3. ed. Rio de Janeiro: Ed. Campus, 1982.
- 40 HEALD, M.A.; MARION, J.B., **Classical electromagnetic radiation**, 3. ed. Orlando (Florida): Saunders College Publishing, 1995.
- 41 ASHCROFT, N.W.; MERMIN, N.D., **Solid state physics**, 1. ed. Philadelphia: W.B. Saunders Company, 1976.
- 42 WHEELER, H.A., Formulas for the skin effect. **Proceedings of the I.R.E.**, p.412-424, set. 1942.
- 43 MUKERJEE, B.; WANG, L.; PACELLI, A., A practical approach to modeling skin effect in on-chip interconnects. **Proceedings of the 14th ACM Great Lakes symposium on VLSI**, 2004.
- 44 ARFKEN, G.B.; WEBER, H.J., **Mathematical methods for physicists**, 4. ed. San Diego (California): Academic Press, 1995.
- 45 BOAS, M.L., **Mathematical methods in the physical science**, 2. ed. Singapore: John Wiley & sons, 1983.
- 46 SPIEGEL, M.R. **Schaum's Outline of Theory and Problems of Advanced Mathematics for engineers and scientists**, 1. ed. New York: McGraw-Hill book company ,1971
- 47 YOUSIF, H. A.; MELKA, R. Bessel function of the first kind with complex argument. **Computer physics communications**, v.106, p.199-206, 1997.
- 48 ALEXANDER, C.K.; SADIKU, M.N.O. **Fundamentos de circuitos elétrico**. 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.
- 49 GATOUS, O.M.O., PISSOLATO FILHO, J. A new formulation for skin-effect resistance and interna inductance frequency-dependent of a solid cylindrical conductor. **Transmission & distribution conference & exposition: Latin America**, p.919-924, 2004
- 50 UNIVERSITY OF ST. ADREWS. **Skin effect: Internal impedance & types of wire**. Disponível em: <http://www.st-andrews.ac.uk/~jcgl/Scots_Guide/audio/skineffect/page1.html>. Acesso em: 19 jan. 2007.
- 51 SOLARTRON ANALYTICAL **1260 Impedance/Gain-Phase Analyser**: Operating Manual. Hampshire (Inglaterra), jan. 1996.

ANEXO 1 – SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR CLÁSSICO

Efeito Pelicular AWG 14

Entradas

d: diâmetro [m]

$$\ln[1] := d := 1.628 \times 10^{-3}$$

a: raio [m]

$$\ln[2] := a = \frac{d}{2}$$

$$\text{Out}[2] = 0.000814$$

ρ : resistividade [Ωm]

$$\ln[3] := \rho := 0.017241 \times 10^{-6}$$

$$\ln[4] := \mu_r := 1$$

Cálculos iniciais

μ : permeabilidade magnética

$$\ln[5] := \mu_0 := 4 \times \pi \times 10^{-7}$$

$$\ln[6] := \mu = \mu_0 \times \mu_r$$

$$\text{Out}[6] = \frac{\pi}{2500000}$$

ω : frequência angular

$$\ln[7] := \omega := 2 \times \pi \times f$$

Formulação

δ : profundidade Skin

$$\ln[8] := \delta = \sqrt{\frac{2 \times \rho}{\mu \times \omega}}$$

$$\text{Out}[8] = 0.0660848 \sqrt{\frac{1}{f}}$$

$$\ln[9] := T = \frac{1 - \delta}{\delta}$$

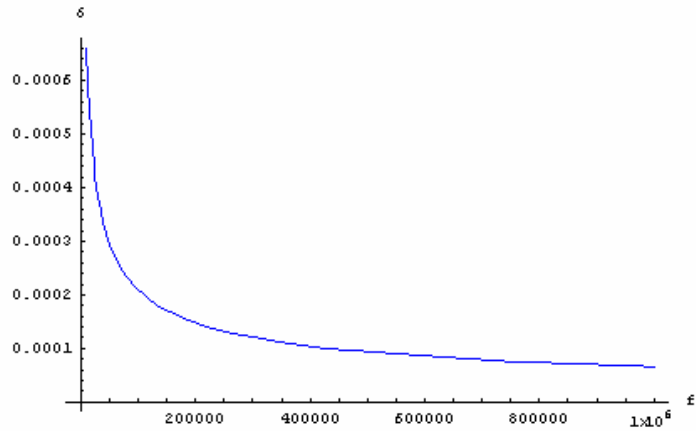
$$\text{Out}[9] = \frac{15.1321 - 15.1321 \pm}{\sqrt{\frac{1}{f}}}$$

Z: Impedância dividida pela Resistência em corrente contínua

$$\ln[10] := Z := \frac{T \cdot a}{2} \cdot \frac{\text{Bessel J}[0, T \cdot a]}{\text{Bessel J}[1, T \cdot a]}$$

Resultados

```
In[11]:= Plot[ $\delta$ , {f, 10000, 1000000}, AxesLabel -> {"f", " $\delta$ "},
PlotStyle -> {RGBColor[0, 0, 1]}]
```



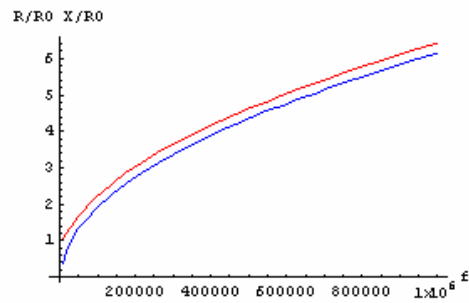
Out[11]= - Graphics -

```
In[12]:= dados := Table[{f,  $\delta$ }, {f, 10000, 1000000, 1000}]
```

```
In[13]:= Export["DPAWG14.csv", dados]
```

Out[13]= DPAWG14.csv

```
In[14]:= Plot[{Re[Z], Im[Z]}, {f, 10000, 1000000}, AxesLabel -> {"f", "R/R0 X/R0"},
PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]
```



Out[14]= - Graphics -

```
In[15]:= dados := Table[{f, Re[Z], Im[Z]}, {f, 10000, 1000000, 1000}]
```

```
In[16]:= Export["SKAWG14.csv", dados]
```

Out[16]= SKAWG14.csv

ANEXO 2 – SIMULAÇÃO DO EFEITO PELICULAR COM RESISTIVIDADE VARIÁVEL

Efeito Pelicular AWG 14

Ajuste Linear

Entradas

d: diâmetro [m]

$$d := 1.628 * 10^{-3}$$

a: raio [m]

$$a = \frac{d}{2};$$

μ_0 : permeabilidade magnética do vácuo

$$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7};$$

Res: Resistividade em corrente constante [Ωm]

$$Res = 1.7241 * 10^{-8};$$

Cálculos Interiais

$$\omega = 2 * \pi * f;$$

$$RC = \frac{Res}{\pi * a^2};$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2 * Res}{\omega * \mu_0}};$$

$$T = \frac{1 - \frac{\delta}{a}}{\delta};$$

ρ : função resistividade [Ωm]

$$\alpha := 40 * 10^{-6}$$

$$k = 1.1$$

$$1.1$$

$$\rho = Res * \left(1 + k * \frac{\alpha}{\delta} \right)$$

$$1.7241 * 10^{-8} * \left(1 + \frac{0.000665812}{\sqrt{\frac{1}{f}}} \right)$$

Efeito Pelicular Clássico

$$Z = \left(\frac{T * a}{2} * \frac{\text{BesselJ}[0, T * a]}{\text{BesselJ}[1, T * a]} \right);$$

Resistividade Variável

$$\bar{R}_{\text{ext}} = \pi * a^2;$$

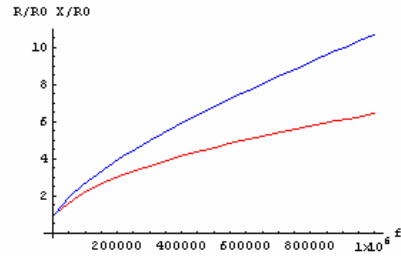
$$\bar{R}_{\text{int}} = \pi * (a - \delta)^2;$$

$$\bar{R}_{\text{condução}} = \bar{R}_{\text{ext}} - \bar{R}_{\text{int}};$$

$$R := \left(\frac{\rho}{\bar{R}_{\text{condução}}} \right) / RC$$

Resultados

```
Plot[{Re[Z], R}, {f, 10000, 1000000}, AxesLabel -> {"f", "R/R0 X/R0"},  
PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 0, 1]}]
```



- Graphics -

```
dados := Table[{f, R}, {f, 10000, 1000000, 1000}]
```

```
Export["AWG14L1.csv", dados]
```

AWG14L1.csv